

40장: 원자 물리

All About Atoms

원자를 이해하면 보이는 것들

39장에서 배운 양자역학을 이제 **진짜 원자**에 적용한다. 그 결과는 우리 일상 곳곳에 있다.

- 병원의 **MRI(자기 공명 영상)** — 원자핵 스핀의 공명을 이용한 영상 장치
- 광통신과 레이저 포인터 — **유도 방출(stimulated emission)**로 만든 빛
- 네온사인의 붉은 빛 — 원자의 불연속 에너지 준위
- 화학 시간에 외운 **주기율표(periodic table)** — 배타 원리가 만든 규칙

이번 장에서는 이 모든 것의 원리를 배운다.

이번 강의 세 가지 핵심 질문

1. 원자는 왜 작은 자석인가? 전자의 궤도 각운동량과 스핀, 그리고 그에 따른 자기 모멘트 — 모두 양자화 되어 있다
2. 주기율표는 왜 주기적인가? 파울리 배타 원리(Pauli exclusion principle)와 껍질 구조가 원소의 화학적 성질을 결정한다
3. X선과 레이저는 어떻게 나오는가? 깊은 껍질의 전이(X선)와 유도 방출(레이저)로 설명된다

40.1 원자의 성질

너무 당연해서 잊고 있던 사실들

- **원자는 안정하다** : 우리 몸과 세상을 이루는 원자 대부분은 수십억 년 동안 변하지 않았다
- **원자는 서로 결합한다** : 원자들이 붙어 분자와 고체를 만든다. 원자 내부는 대부분 빈 공간 인데도, 원자로 이루어진 바닥은 단단하다

이 당연한 사실들은 고전물리로는 설명할 수 없고, **양자물리(quantum physics)** 로만 설명 된다.

여기에 덧붙여, 원자는 다음 세 가지 성질을 더 갖는다: 체계적 구성, 빛의 방출과 흡수, 그리고 각운동량과 자성.

원자는 체계적으로 구성되어 있다

원소들의 **이온화 에너지(ionization energy)** — 가장 느슨하게 묶인 전자를 떼어내는 데 필요한 에너지 — 를 원자 번호 Z 에 따라 그리면 뚜렷한 **주기성** 이 나타난다.

주기	원소 수	시작 원소	끝 원소 (비활성 기체)
1	2	H	He
2	8	Li	Ne
3	8	Na	Ar
4	18	K	Kr
5	18	Rb	Xe
6	32	Cs	Rn

- 각 주기의 끝(He, Ne, Ar, ...)에서 이온화 에너지가 **최대** (He는 약 24.6 eV)
- 각 주기의 시작(Li, Na, K, ...)에서 **최소** (Cs는 약 3.9 eV)

양자물리는 이 숫자들 — 2, 8, 8, 18, 18, 32 — 을 정확히 예측한다.

원자는 빛을 방출하고 흡수한다

원자는 불연속적인 **양자 상태(quantum states)** 로만 존재하며, 각 상태는 정해진 에너지를 갖는다. 상태 사이를 건너뛰는 때 광자 하나를 방출하거나 흡수한다.

$$hf = E_{\text{high}} - E_{\text{low}}$$

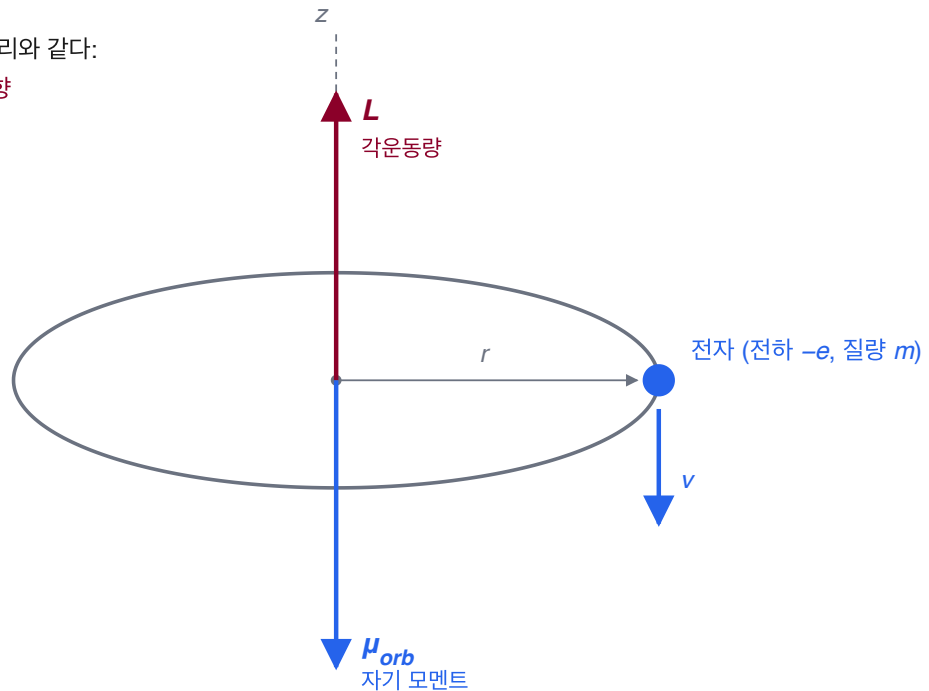
- 높은 준위 → 낮은 준위: 광자 **방출** (네온사인의 빛)
- 낮은 준위 → 높은 준위: 광자 **흡수**

따라서 원자가 내는 빛의 진동수를 알려면, 그 원자의 양자 상태 에너지들을 알면 된다. 39장의 수소 원자에서 이미 본 원리이다.

원자는 각운동량과 자성을 갖는다

고전 모형: 전하 $-e$ 인 입자가 반지름 r 의 원 궤도를 돈다고 하자.

음전하가 돌면 전류 고리와 같다:
 μ 와 L 은 서로 반대 방향



- 궤도 운동은 **각운동량(angular momentum)** $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ 를 만든다
- 도는 전하는 작은 **전류 고리** 이므로 **자기 쌍극자 모멘트(magnetic dipole moment)** $\vec{\mu}$ 도 만든다
- 전하가 **음(-)** 이므로 $\vec{\mu}$ 와 $\vec{L}$ 은 서로 **반대 방향** 이다

양자물리에서도 이 결론은 유지된다: 전자의 각 양자 상태에는 서로 반대 방향으로 **결합된(coupled)** $\vec{L}$ 과 $\vec{\mu}$ 가 있다.

아인슈타인-드하스 실험 (1915)

원자의 각운동량과 자기 모멘트가 정말 결합되어 있을까? 아인슈타인과 드하스(W. J. de Haas)는 이를 **거시적으로** 보여 주었다.

- 가는 실에 철 원통을 매달고 솔레노이드로 감싼다 (처음엔 원자 자기 모멘트가 무작위 방향)
- 전류를 켜면 자기장 $\vec{B}$ 가 원통 축 방향으로 생기고, 원자들의 $\vec{\mu}$ 가 $\vec{B}$ 에 정렬된다
- $\vec{L}$ 은 $\vec{\mu}$ 와 반대이므로 원자 각운동량은 $\vec{B}$ 와 **반대로** 정렬된다
- 외부 토크가 없어 총 각운동량은 0으로 유지되어야 하므로 → 원통 전체가 **반대 방향으로 회전** 하기 시작한다

눈에 보이는 원통의 회전이 원자 속 $\vec{L}-\vec{\mu}$ 결합의 증거이다.

궤도 각운동량의 양자화

원자 속 전자의 궤도 각운동량(orbital angular momentum) 크기는 아무 값이나 가질 수 없다. 슈뢰딩거 방정식을 풀면 허용되는 크기는:

$$L = \sqrt{\ell(\ell + 1)} \hbar, \quad \ell = 0, 1, 2, \dots, (n - 1)$$

여기서 $\hbar = h/2\pi$, ℓ 은 궤도 양자수(orbital quantum number), n 은 주 양자수이다.

ℓ	0	1	2	3
L	0	$\sqrt{2}\hbar$	$\sqrt{6}\hbar$	$\sqrt{12}\hbar$

$\ell = 0$ 이면 각운동량이 정확히 0 이다 — 고전적인 "궤도"로는 상상할 수 없는 상태이다.

L_z 의 양자화 — 방향도 마음대로가 아니다

측정축(관례상 z 축)에 대한 $\vec{L}$ 의 성분도 양자화되어 있다.

$$\boxed{L_z = m_\ell \hbar}, \quad m_\ell = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm \ell$$

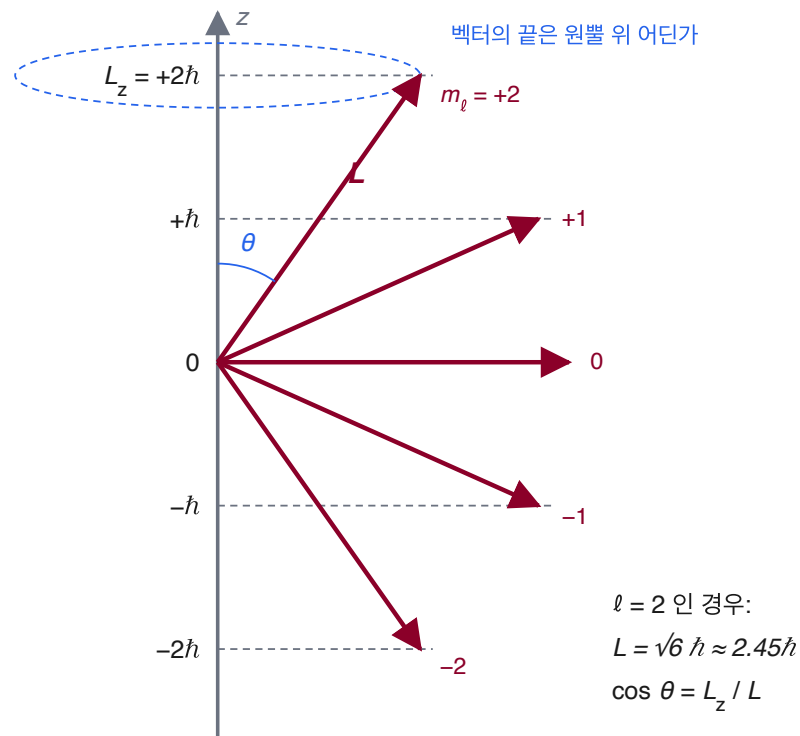
m_ℓ 은 **궤도 자기 양자수(orbital magnetic quantum number)**이다.

중요한 양자역학적 사실:

- L_z 가 정해지면 L_x, L_y 는 **정해지지 않는다** (불확정성)
- $\vec{L}$ 을 z 축에 나란히 정렬시킬 수는 없다: 최대 $L_z = \ell \hbar$ 는 항상 $L = \sqrt{\ell(\ell+1)} \hbar$ 보다 **작다**
- 즉 벡터 $\vec{L}$ 전체의 방향은 결코 완전히 알 수 없다

벡터 모형과 반고전 각도

$\ell = 2$ 인 경우를 그림으로 보자. $L = \sqrt{6} \hbar \approx 2.45\hbar$ 이고, L_z 는 다섯 값만 가능하다.



$\vec{L}$ 은 z 축 둘레의 **원뿔(cone)** 위 어딘가에 있다고 상상하면 편리하다. $\vec{L}$ 과 z 축 사이의 **반고전 각도(semi-classical angle)**는:

$$\cos \theta = \frac{L_z}{L}$$

그림의 벡터를 문자 그대로 받아들이면 안 되지만($\vec{L}$ 의 방향은 확정되지 않는다), 크기와 z 성분의 관계를 시각화하는 데 유용하다.

예제: $\ell = 2$ 전자의 각운동량

$\ell = 2$ 인 상태의 전자에 대해 L , 가능한 L_z , 그리고 최소 반고전 각도를 구하라.

각운동량의 크기:

$$L = \sqrt{\ell(\ell + 1)} \hbar = \sqrt{2 \cdot 3} \hbar = \sqrt{6} \hbar \approx 2.45 \hbar$$

z 성분은 $m_\ell = -2, -1, 0, +1, +2$ 에 대해 다섯 값:

$$L_z = -2\hbar, -\hbar, 0, +\hbar, +2\hbar$$

각도가 가장 작은 경우는 $m_\ell = +2$ 일 때:

$$\cos \theta = \frac{L_z}{L} = \frac{2\hbar}{\sqrt{6}\hbar} = 0.816 \quad \Rightarrow \quad \theta \approx 35.3^\circ$$

$\vec{L}$ 은 아무리 애써도 z 축에서 35.3° 이내로 기울일 수 없다.

전자의 양자수 다섯 개

원자 속 전자 하나의 상태는 다음 양자수들로 지정된다.

이름	기호	허용값	관련된 것
주 양자수	n	$1, 2, 3, \dots$	핵으로부터의 거리 (에너지)
궤도 양자수	ℓ	$0, 1, 2, \dots, (n - 1)$	궤도 각운동량의 크기
궤도 자기 양자수	m_ℓ	$0, \pm 1, \dots, \pm \ell$	궤도 각운동량의 z 성분
스핀 양자수	s	$\frac{1}{2}$	스핀 각운동량의 크기
스핀 자기 양자수	m_s	$\pm \frac{1}{2}$	스핀 각운동량의 z 성분

자유 전자는 s, m_s 만 갖지만, 원자에 갇힌 전자는 n, ℓ, m_ℓ 도 갖는다.

참고: 웹사이트 시뮬레이션 모음(현대물리)의 **수소 원자** 시뮬레이션에서 양자수 (n, ℓ, m_ℓ) 에 따른 궤도 확률 분포의 모양을 직접 살펴볼 수 있다.

궤도 자기 모멘트 — 고전적 유도

전하 $-e$ 가 속력 v 로 반지름 r 인 원을 돈다. 이 운동은 전류 고리와 같다. 한 바퀴 도는 주기는 $T = 2\pi r/v$ 이므로 전류와 자기 모멘트는:

$$i = \frac{e}{T} = \frac{ev}{2\pi r}, \quad \mu = iA = \frac{ev}{2\pi r} \cdot \pi r^2 = \frac{evr}{2}$$

한편 각운동량은 $L = mvr$ 이므로 $vr = L/m$ 을 대입하면:

$$\mu = \frac{e}{2m}L$$

전하가 음수라서 $\vec{\mu}$ 와 $\vec{L}$ 은 반대 방향이므로, 벡터로 쓰면:

$$\boxed{\vec{\mu}_{\text{orb}} = -\frac{e}{2m}\vec{L}}$$

이 관계는 양자역학에서도 그대로 성립한다.

궤도 자기 모멘트의 양자화

$\vec{L}$ 이 양자화되어 있으므로 $\vec{\mu}_{\text{orb}}$ 도 양자화된다. 크기는:

$$\mu_{\text{orb}} = \frac{e}{2m} \sqrt{\ell(\ell+1)} \hbar$$

z 성분은 $L_z = m_\ell \hbar$ 를 대입하여:

$$\mu_{\text{orb},z} = -m_\ell \frac{e\hbar}{2m} = -m_\ell \mu_B$$

여기서 등장하는 자연스러운 자기 모멘트의 단위가 **보어 마그네톤(Bohr magneton)** 이다:

$$\mu_B = \frac{eh}{4\pi m} = \frac{e\hbar}{2m} = 9.274 \times 10^{-24} \text{ J/T}$$

$\vec{L}$ 처럼 $\vec{\mu}_{\text{orb}}$ 도 크기와 z 성분만 확정될 뿐, 벡터 전체의 방향은 알 수 없다.

스핀 각운동량 — 전자의 타고난 성질

모든 전자는 궤도 운동과 **무관하게**, 원자에 갇혀 있던 자유롭든, 고유한 **스핀 각운동량(spin angular momentum)** $\vec{S}$ 를 갖는다. 크기는:

$$\boxed{S = \sqrt{s(s+1)} \hbar}, \quad s = \frac{1}{2}$$

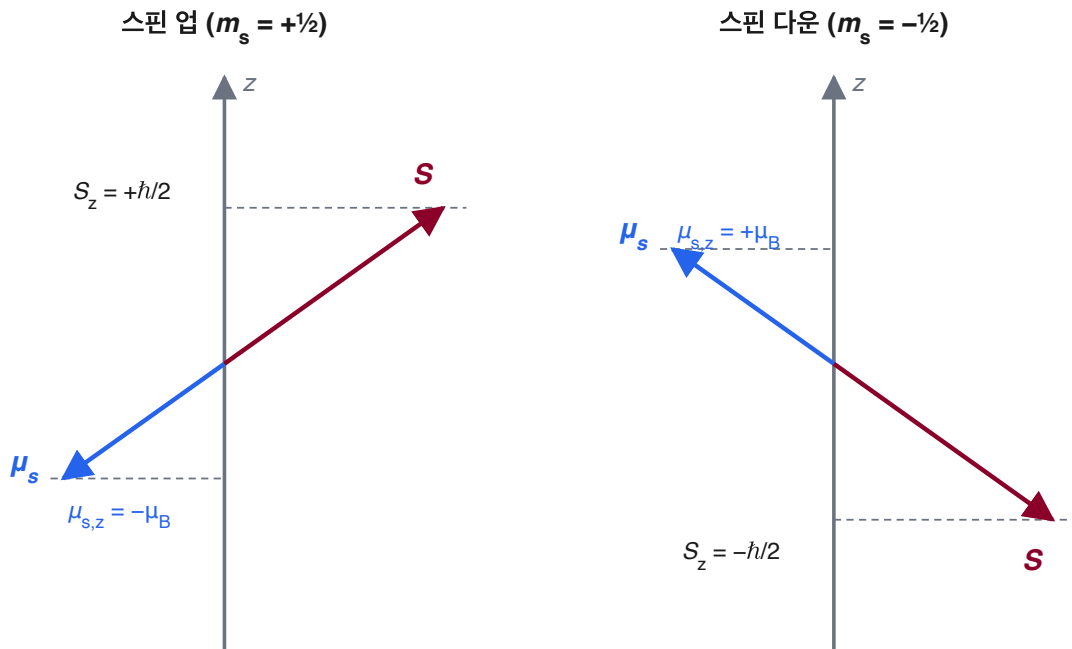
$$S = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}} \hbar = \frac{\sqrt{3}}{2} \hbar \approx 0.866 \hbar$$

- s 는 **스핀 양자수(spin quantum number)** 로, 전자는 항상 $s = \frac{1}{2}$ — "스핀 ½ 입자"
- 양성자와 중성자도 스핀 ½ 입자이다
- 이름과 달리 전자가 실제로 **자전하는 것이 아니다**. 스핀은 $\vec{r} \times \vec{p}$ 꼴이 아닌, 질량·전하처럼 타고난 **고유(intrinsic)** 성질이다

스핀의 z 성분 — 업과 다운

스핀도 크기만 확정될 뿐 방향은 확정되지 않는다. z 축 성분은 단 두 값만 가능하다:

$$S_z = m_s \hbar, \quad m_s = \pm s = \pm \frac{1}{2}$$



$|S| = (\sqrt{3}/2)\hbar \approx 0.866\hbar$ — 축과 나란해질 수 없다 ($\theta \approx 54.7^\circ$)

- $m_s = +\frac{1}{2}$: **스핀 업(spin up)**, $m_s = -\frac{1}{2}$: **스핀 다운(spin down)**
- 반고전 각도: $\cos \theta = \frac{1/2}{\sqrt{3}/2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \rightarrow \theta \approx 54.7^\circ$ (업), 125.3° (다운)

스핀의 존재는 원자 스펙트럼 연구에서 네덜란드의 대학원생 울렌벡(Uhlenbeck)과 하우트스미트(Goudsmit)가 제안했고(1925), 디랙(Dirac)의 상대론적 양자이론이 그 근거를 제공했다.

스핀 자기 모멘트

스핀에도 자기 모멘트가 결합되어 있다:

$$\vec{\mu}_s = -\frac{e}{m} \vec{S}$$

주의: 궤도의 경우 $-\frac{e}{2m} \vec{L}$ 이었지만 스핀은 $-\frac{e}{m} \vec{S}$ - 계수가 **2배** 이다.

크기와 z 성분은:

$$\mu_s = \frac{e}{m} \sqrt{s(s+1)} \hbar, \quad \mu_{s,z} = -2m_s \mu_B$$

$m_s = \pm \frac{1}{2}$ 를 대입하면 $\mu_{s,z} = \mp \mu_B$ - 스핀 업이면 $-\mu_B$, 스핀 다운이면 $+\mu_B$. 크기가 정확히 보어 마그네톤 1개이다.

껍질과 버금껍질 — 상태 수 세기

- 같은 n 을 갖는 상태들의 모임 → **껍질(shell)**
- 같은 n 과 ℓ 을 갖는 상태들의 모임 → **버금껍질(subshell)**

한 버금껍질(n, ℓ 고정)의 상태 수: m_ℓ 이 $2\ell + 1$ 개, 각각에 m_s 가 2개씩:

$$2(2\ell + 1) \text{ 개}$$

한 껍질(n 고정)의 상태 수: $\ell = 0$ 부터 $n - 1$ 까지 더하면

$$\sum_{\ell=0}^{n-1} 2(2\ell + 1) = 4 \cdot \frac{(n-1)n}{2} + 2n = \boxed{2n^2}$$

$n = 1, 2, 3, 4$ 껍질은 각각 2, 8, 18, 32개의 상태를 갖는다 — 주기율표에서 본 숫자들이다.

여러 전자의 각운동량 합치기

전자가 Z 개인 원자의 **총 각운동량(total angular momentum)** $\vec{J}$ 는 모든 전자의 궤도·스핀 각운동량의 벡터 합이다:

$$\vec{J} = (\vec{L}_1 + \cdots + \vec{L}_Z) + (\vec{S}_1 + \cdots + \vec{S}_Z)$$

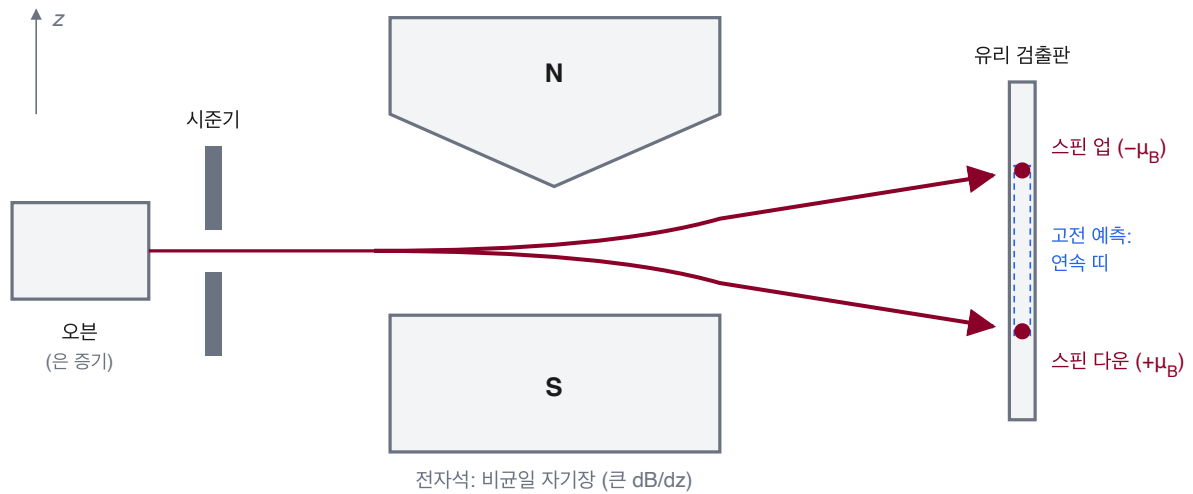
- 원자의 총 자기 모멘트 중 $-\vec{J}$ 방향 성분을 **유효 자기 모멘트(effective magnetic dipole moment)** $\vec{\mu}_{\text{eff}}$ 라 한다 (스핀의 계수 2 때문에 총 자기 모멘트는 $-\vec{J}$ 와 정확히 나란하지 않다)
- 전형적인 원자에서는 대부분 전자들의 각운동량이 **쌍쌍이 상쇄** 된다
- 남은 $\vec{J}$ 와 $\vec{\mu}_{\text{eff}}$ 는 보통 소수의 전자, 흔히 **원자가 전자 1개** 가 결정한다

다음 절의 은(Ag) 원자가 바로 그런 경우이다.

40.2 슈테른-게를라흐 실험

실험 장치 (1922)

슈테른(O. Stern)과 게를라흐(W. Gerlach)는 원자의 자기 모멘트가 양자화되어 있음을 실험으로 보였다.



실제 결과: 두 개의 점 $\rightarrow \mu_z$ 의 양자화 (공간 양자화)

- 오븐에서 은(Ag)을 증발시켜 좁은 슬릿(시준기, collimator)으로 **원자 빔** 을 만든다
- 빔이 전자석의 **비균일 자기장** 사이를 통과한 뒤 유리 검출판에 쌓인다
- 자석을 끄면: 판 가운데 좁은 선 하나
- 자석을 켜면: 은 원자가 자기 쌍극자이므로 수직 방향 힘을 받아 편향된다

과연 은 원자들은 판 위에 어떤 무늬를 만들까?

자기 쌍극자가 받는 힘

은 원자는 전기적으로 **중성** 이므로 $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ 형태의 힘은 받지 않는다. 힘의 근원은 쌍극자와 자기장의 상호작용 에너지이다 (28장):

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -\mu_z B$$

(z 축을 $\vec{B}$ 방향으로 잡았다.) 힘은 퍼텐셜 에너지의 음의 기울기이므로:

$$F_z = -\frac{dU}{dz} = \boxed{\mu_z \frac{dB}{dz}}$$

- dB/dz 는 자기장의 **기울기(gradient)** — 균일한 장이면 $dB/dz = 0$ 이라 힘도 0이다
- 그래서 자석의 극을 비대칭으로 깎아 dB/dz 를 **최대한 크게** 만든다
- 힘의 방향은 μ_z 의 **부호**에 따라 위 또는 아래

고전 예측 vs 실험 결과

고전물리의 예측 : 원자들의 $\vec{\mu}$ 방향이 무작위라면 μ_z 는 $-\mu$ 부터 $+\mu$ 까지 **연속적인** 값을 갖고, 원자들은 판 위에 위아래로 이어진 **세로 띠** 를 만들어야 한다.

실제 결과 : 은 원자들은 딱 **두 개의 점** 으로 갈라져 찍혔다!

- μ_z 는 연속이 아니라 **두 값만** 가능하다 $\rightarrow \mu_z$ 의 양자화
- $\vec{\mu}$ 는 $\vec{L}, \vec{S}$ 와 결합되어 있으므로, 각운동량의 z 성분도 양자화되어 있다는 뜻
- 각운동량의 방향이 공간에서 불연속적인 값만 갖는 이 현상을 **공간 양자화(space quantization)** 라 한다

세슘 원자로 한 현대판 실험에서도 자석을 켜면 빔이 정확히 두 갈래로 갈라진다.

현대적 해석 — 전자 스핀의 첫 증거

현대 양자론으로 두 점의 정체를 설명해 보자.

- 은 원자는 전자가 47개이지만, 46개의 자기 모멘트는 **모두 상쇄** 된다
- 남은 전자 1개(5s)는 $\ell = 0$ 이라 궤도 자기 모멘트도 0 — 은 원자의 $\vec{\mu}$ 는 이 전자의 **스핀 자기 모멘트** 가 전부다
- 따라서 μ_z 는 두 값만 가능하다:

$$\mu_{s,z} = -2(+\frac{1}{2})\mu_B = -\mu_B \quad \text{또는} \quad \mu_{s,z} = -2(-\frac{1}{2})\mu_B = +\mu_B$$

$$F_z = -\mu_B \frac{dB}{dz} \quad \text{또는} \quad F_z = +\mu_B \frac{dB}{dz}$$

1922년에는 아무도 스핀을 몰랐지만, 슈테른-게를라흐의 두 점은 사실상 **전자 스핀의 첫 실험적 증거** 였다.

예제: 빔 분리 계산

슈테른-게를라흐 장치에서 자기장 기울기 $dB/dz = 1.4 \text{ T/mm}$ 인 영역의 길이가 $w = 3.5 \text{ cm}$ 이다. 은 원자의 속력은 $v = 750 \text{ m/s}$, 질량은 $M = 1.8 \times 10^{-25} \text{ kg}$ 이다. 자기장 영역을 나온 순간 원자는 얼마나 편향되었는가?

z 방향 가속도는 ($\mu_z = \mu_B, dB/dz = 1.4 \times 10^3 \text{ T/m}$):

$$a_z = \frac{F_z}{M} = \frac{\mu_B(dB/dz)}{M} = \frac{(9.27 \times 10^{-24})(1.4 \times 10^3)}{1.8 \times 10^{-25}} = 7.2 \times 10^4 \text{ m/s}^2$$

자기장 영역을 지나는 시간은 $t = w/v = (3.5 \times 10^{-2})/750 = 4.7 \times 10^{-5} \text{ s}$. 편향 거리는:

$$d = \frac{1}{2}a_z t^2 = \frac{1}{2}(7.2 \times 10^4)(4.7 \times 10^{-5})^2 \approx 7.9 \times 10^{-5} \text{ m} \approx 0.08 \text{ mm}$$

위아래 두 빔 사이 간격은 $2d \approx 0.16 \text{ mm}$ — 작지만 충분히 측정 가능하다.

40.3 자기 공명

양성자의 스핀

수소 원자핵인 **양성자(proton)** 도 스핀 $\frac{1}{2}$ 입자로, 스핀 $\vec{S}$ 와 자기 모멘트 $\vec{\mu}$ 를 갖는다.

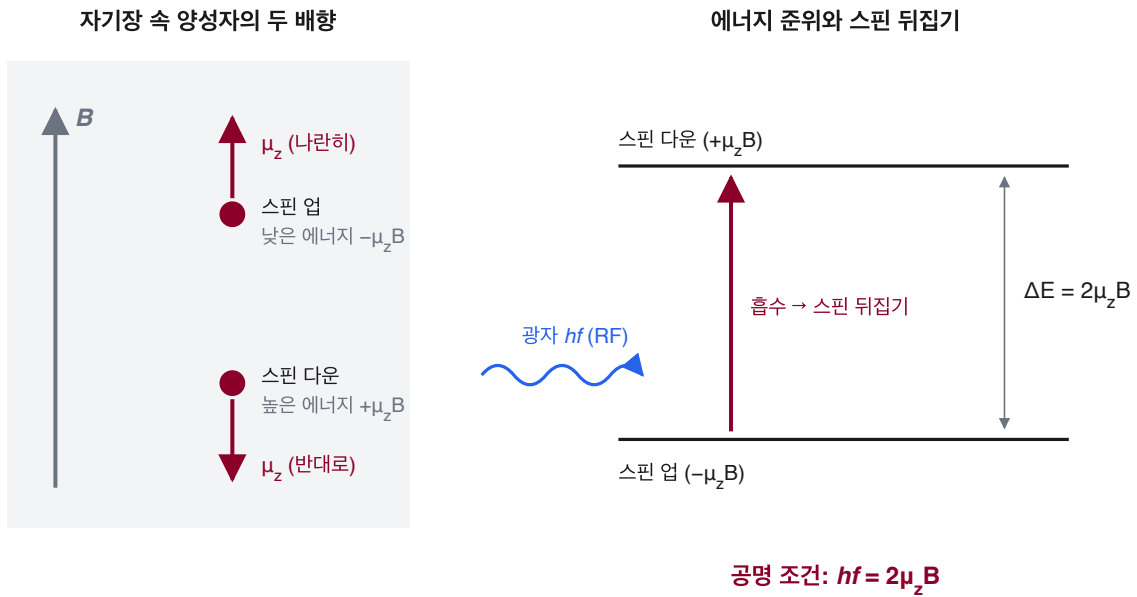
- 양성자는 전하가 **양(+)** 이므로 $\vec{\mu}$ 와 $\vec{S}$ 는 **같은 방향** 이다 (전자와 반대!)
- 자기장 $\vec{B}$ 속에서 μ_z 는 두 값만 가능: $\vec{B}$ 와 나란한 $+\mu_z$ (**스핀 업**), 반대인 $-\mu_z$ (**스핀 다운**)

쌍극자의 에너지 $U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$ 에 따라:

- 스핀 업: $U = -\mu_z B$ - **낮은 에너지**
- 스핀 다운: $U = +\mu_z B$ - **높은 에너지**

물 분자 속 수소의 양성자들은 자기장 속에서 대부분 낮은 에너지 상태(스핀 업)에 있으려 한다.

두 에너지 준위와 스핀 뒤집기



두 상태의 에너지 차이는:

$$\Delta E = \mu_z B - (-\mu_z B) = 2\mu_z B$$

낮은 상태의 양성자가 에너지 $hf = \Delta E$ 인 광자를 흡수하면 스핀이 뒤집힌다. 이것이 **자기 공명(magnetic resonance)** 조건이다:

$$hf = 2\mu_z B$$

S_z 의 반전을 **스핀 뒤집기(spin-flipping)**라 하며, 이 흡수 현상을 **핵자기 공명(nuclear magnetic resonance, NMR)**이라 부른다.

공명은 어떻게 검출하나

- 필요한 광자는 **라디오파(RF)** 영역이다 — 시료를 감은 작은 코일에 진동수 f 의 교류를 흘려 공급한다
- 실제로는 f 를 고정하고 외부 자기장 B_{ext} 를 **훑으면서(sweep)**, RF 에너지가 흡수되는 지점을 찾는다
- 양성자가 느끼는 B 는 외부 장과 주변 원자들이 만드는 **내부 장의 합**이다:

$$B = B_{\text{ext}} + B_{\text{int}}$$

분자 내 위치마다 B_{int} 가 달라서 공명이 일어나는 B_{ext} 도 달라진다. 흡수 피크들의 무늬가 곧 **NMR 스펙트럼** — 분자의 지문이다.

에탄올($\text{CH}_3\text{CH}_2\text{OH}$)의 스펙트럼에는 OH, CH_2 , CH_3 그룹의 양성자가 각각 다른 위치에 피크를 만든다. 화학·신약 개발 현장의 표준 분석 도구이다.

예제: MRI 속 양성자의 공명 주파수

병원 MRI의 자기장은 보통 $B = 1.5$ T이다. 양성자의 $\mu_z = 1.41 \times 10^{-26}$ J/T일 때, 공명 진동수를 구하라.

공명 조건 $hf = 2\mu_z B$ 에서:

$$f = \frac{2\mu_z B}{h} = \frac{2(1.41 \times 10^{-26})(1.5)}{6.63 \times 10^{-34}} \approx 6.4 \times 10^7 \text{ Hz} = 64 \text{ MHz}$$

파장은:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3.0 \times 10^8}{6.4 \times 10^7} \approx 4.7 \text{ m}$$

- FM 라디오(약 100 MHz)와 비슷한 대역의 **라디오파** 이다
- 광자 에너지가 10^{-7} eV 수준으로 매우 작아 분자를 이온화하지 못한다 — X선·CT와 달리 MRI가 **방사선 부담이 없는** 이유

MRI — 스핀이 그리는 인체 지도



MRI(magnetic resonance imaging) 는 인체 속 물과 지방의 **수소 원자핵(양성자)** 스핀 공명을 이용한다. (사진: Wikimedia Commons, CC BY-SA 3.0)

- 초전도 자석이 강한 정자기장(1.5~3 T)을 만들고, RF 코일이 공명 광자를 넣고 받는다
- 자기장에 기울기를 주면 위치마다 공명 진동수가 달라진다 → 신호가 어디서 왔는지 알 수 있다
- 조직마다 양성자의 밀도와 이완 시간이 달라 명암 대비가 생긴다 — 뇌·근육·종양 구분

40.4 파울리 배타 원리

원리의 진술

전자를 여러 개 다룰 때 반드시 지켜야 하는 원리를 1925년 파울리(Wolfgang Pauli)가 발견했다.

파울리 배타 원리(Pauli exclusion principle) : 같은 트랩(원자)에 갇힌 두 전자는 **같은 양자수 집합** 을 가질 수 없다.

- 원자 속 전자라면: 두 전자가 n, ℓ, m_ℓ, m_s **네 값이 모두 같을 수 없다** (s 는 모두 $\frac{1}{2}$ 로 같다)
- 전자뿐 아니라 양성자, 중성자 등 스핀이 반홀수($\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \dots$)인 모든 입자에 적용된다

배타 원리가 없다면?

만약 배타 원리가 없다면:

- 모든 전자가 가장 낮은 에너지 준위로 우르르 떨어진다
- 모든 원자의 전자 배치가 사실상 같아져 원소들의 **화학적 개성이 사라진다**
- 화학 결합도, 분자도, 생명도, 우리도 존재할 수 없다

또한 물질이 단단한 이유 — 원자가 서로를 뚫고 지나가지 못하는 것 — 도 근본적으로 배타 원리 덕분이다. 주기율표의 모든 구조가 이 한 문장에서 나온다.

예제: 2차원 우물 속 전자 7개 (배치)

한 변이 L 인 정사각형 코랄(2차원 무한 퍼텐셜 우물)에 전자 7개를 가둔다. 전자끼리의 상호 작용은 무시한다. 바닥상태 배치는? (39장: $E_{n_x, n_y} = (n_x^2 + n_y^2) \frac{h^2}{8mL^2}$)

에너지가 낮은 준위부터 ($h^2/8mL^2$ 단위):

준위	(n_x, n_y)	에너지	수용 전자 수
1	(1, 1)	2	2 (업+다운)
2	(2, 1), (1, 2)	5	4 (겹준위)
3	(2, 2)	8	2

배타 원리에 따라 아래부터 채우면: (1, 1)에 2개, (2, 1)과 (1, 2)에 4개, 나머지 1개는 (2, 2)로.

예제: 2차원 우물 속 전자 7개 (에너지)

바닥상태 에너지는 각 전자 에너지의 합이다 ($h^2/8mL^2$ 단위):

$$E_{\text{gr}} = 2(2) + 4(5) + 1(8) = 32 \frac{h^2}{8mL^2}$$

첫 들뜬 상태: 가능한 도약 중 에너지가 가장 적게 드는 것을 찾는다. (2, 2)의 전자가 비어 있는 (1, 3) 또는 (3, 1) (에너지 10)로 도약하는 경우가 최소이다:

$$\Delta E = 10 - 8 = 2 \quad \Rightarrow \quad E_{\text{fe}} = 32 + 2 = 34 \frac{h^2}{8mL^2}$$

- 이미 가득 찬 준위로는 도약할 수 없다 (배타 원리)
- 다전자계의 에너지 준위는 이렇게 "채우고 → 올리고" 순서로 계산한다

40.5 주기율표 만들기

버금껍질 표기법

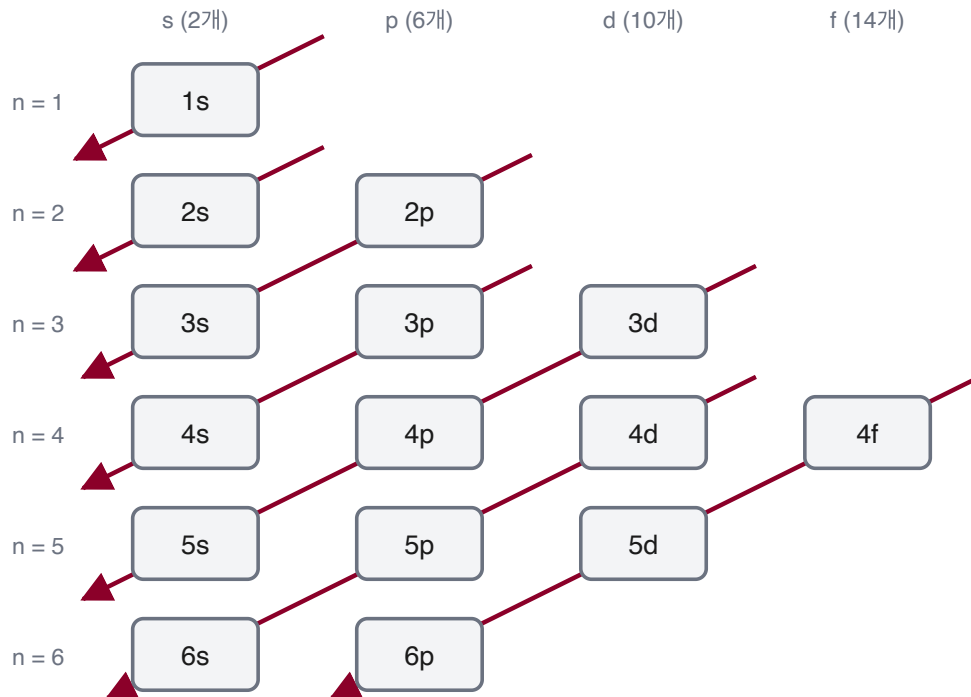
버금껍질은 ℓ 값을 문자로 표기한다:

ℓ	문자	수용 전자 수 $2(2\ell + 1)$
0	s	2
1	p	6
2	d	10
3	f	14

- 예: $n = 3, \ell = 2$ 버금껍질 $\rightarrow$ **3d**, 최대 10개의 전자 수용
- 표기 위첨자는 전자 수: 철의 $3d^6$ 은 "3d 버금껍질에 전자 6개"
- 다전자 원자의 에너지는 주로 n 이, 그다음으로 ℓ 이 결정한다

채움 순서 — 원자를 조립하는 규칙

중성 원자를 만들려면 전자 Z 개를 배타 원리를 지키며 **에너지가 낮은 버금껍질부터** 채워 넣으면 된다.



채움 순서: $1s \rightarrow 2s \rightarrow 2p \rightarrow 3s \rightarrow 3p \rightarrow 4s \rightarrow 3d \rightarrow 4p \rightarrow 5s \rightarrow 4d \rightarrow 5p \rightarrow 6s \rightarrow 4f \rightarrow 5d \rightarrow 6p$

화살표(대각선)를 위에서부터 차례로 따라가면 에너지가 낮은 버금껍질 순서가 된다

$$1s \rightarrow 2s \rightarrow 2p \rightarrow 3s \rightarrow 3p \rightarrow 4s \rightarrow 3d \rightarrow 4p \rightarrow 5s \rightarrow \dots$$

n 이 커지면 ℓ 순서가 뒤섞이는 것에 주의하라 — $4s$ 가 $3d$ 보다 먼저 차는 식이다.

네온 ($Z = 10$) — 닫힌 껍질의 평온함

네온의 전자 10개를 채워 보자: $1s^2 2s^2 2p^6$.

- $1s$ (2개), $2s$ (2개), $2p$ (6개) — 세 버금껍질이 모두 **가득 찼다(closed)**
- 닫힌 버금껍질에서는 모든 m_ℓ 값이 $\pm$ 쌍으로 존재하여 L_z 합이 0, 스핀도 업·다운 쌍으로 S_z 합이 0
- 따라서 **각운동량도 자기 모멘트도 0** 이고, 확률 분포는 구대칭이다
- 밖으로 "덜렁거리는" 전자가 없어 화학적으로 거의 **비활성(inert)**

주기율표 맨 오른쪽 열의 **비활성 기체(noble gas)** — He, Ne, Ar, Kr, Xe, Rn — 가 모두 이런 상태이다.

나트륨과 염소 — 화학의 양 끝

나트륨 ($Z = 11$) : $1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$

- 닫힌 네온 껍데기(각운동량 0) 바깥에 **원자가 전자(valence electron)** 1개
- 원자 전체의 각운동량·자기 모멘트가 이 $3s$ 전자의 스핀만으로 결정된다
- 느슨하게 묶인 전자 1개를 쉽게 내놓는다 → 반응성 큰 **알칼리 금속(alkali metal)** (주기율표 왼쪽 열)

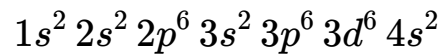
염소 ($Z = 17$) : $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^5$

- $3p$ 버금껍질(정원 6개)에 전자가 5개 — **빈자리(구멍) 1개**
- 전자 1개를 받아들하려는 경향이 강하다 → 반응성 큰 **할로젠(halogen)**

나트륨이 내놓은 전자를 염소가 받으면 안정한 NaCl(소금)이 된다.

철 (Z = 26) — 순서대로 채워지지 않는다

철의 전자 배치:

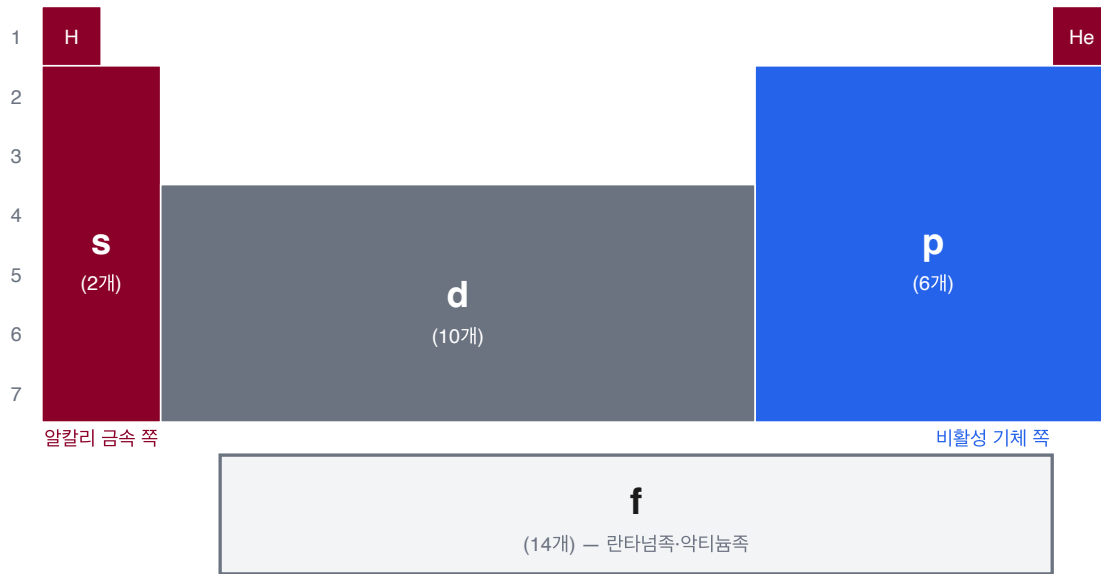


- 처음 18개는 $3p$ 까지 다섯 버금껍질을 채운다
- 남은 8개: "논리적 순서"대로면 $3d^8$ 이 되어야 할 것 같지만, 실제로는 $3d^6 4s^2$
- 이유: 원자 전체의 에너지가 $3d^6 4s^2$ 배치에서 **더 낮기** 때문이다
- 만약 $3d^8$ 상태로 철 원자를 만들면, 곧바로 빛을 내며 $3d^6 4s^2$ 로 전이한다

간단한 원소를 빼면, 채움 순서는 이렇게 에너지 경쟁으로 정해진다.

주기율표의 블록 구조

마지막으로 채워지는 버금껍질이 원소의 “블록”을 결정한다



주기별 원소 수 2, 8, 8, 18, 18, 32 = 그 주기에 채워지는 버금껍질 정원의 합

- 마지막으로 채워지는 버금껍질의 종류에 따라 주기율표가 *s*, *p*, *d*, *f* **블록** 으로 나뉜다
- 주기별 원소 수 2, 8, 8, 18, 18, 32는 각 주기에 새로 열리는 버금껍질 정원의 합이다
- 같은 세로줄(족)의 원소들은 **원자가 전자 배치**가 **같아** 화학적 성질이 비슷하다

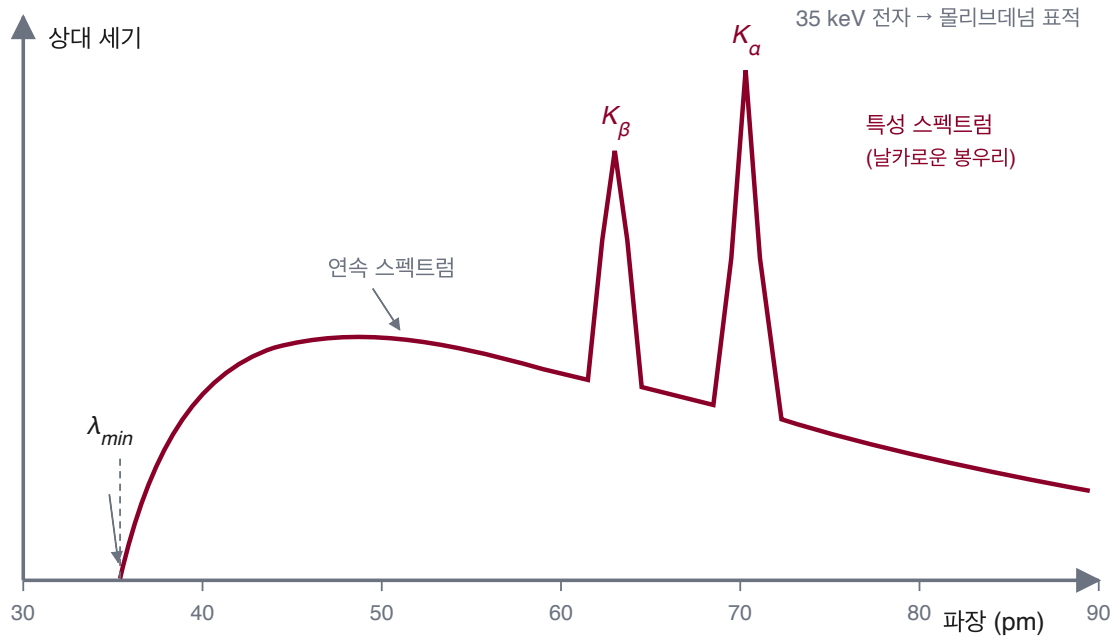
양자수 네 개와 배타 원리만으로 주기율표 전체가 조립된다.

40.6 X선과 원소의 순서

X선은 어떻게 만드나

X선(x rays) 은 파장이 대략 10 pm~10 nm인 전자기파이다. 실험실·병원에서는:

- 수십 kV로 가속한 전자 빔을 금속 표적(몰리브데넘, 텅스텐, 구리 등)에 쏜다
- 전자가 표적 원자와 상호작용하며 에너지를 잃고 X선을 방출한다



측정된 스펙트럼은 두 부분으로 이루어진다:

- 매끄럽게 퍼진 **연속 스펙트럼(continuous spectrum)** — 급격히 끊기는 **차단 파장 λ_{min}** 존재
- 그 위로 솟은 날카로운 **특성 스펙트럼(characteristic spectrum)** 봉우리들 (K_{α} , K_{β})

연속 X선과 차단 파장

운동 에너지 K_0 인 전자가 표적 원자 결을 지나며 에너지 ΔK 를 잃고, 그만큼이 광자 하나로 방출된다. 전자마다 잃는 양이 제각각이라 스펙트럼이 **연속** 이 된다.

가장 극단적인 경우: 전자가 단 한 번의 충돌로 **모든** 운동 에너지를 광자 하나에 준다. 이때 광자 에너지가 최대, 즉 파장이 최소이다:

$$K_0 = hf_{\max} = \frac{hc}{\lambda_{\min}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\lambda_{\min} = \frac{hc}{K_0}}$$

$K_0 = 35.0 \text{ keV}$ 라면:

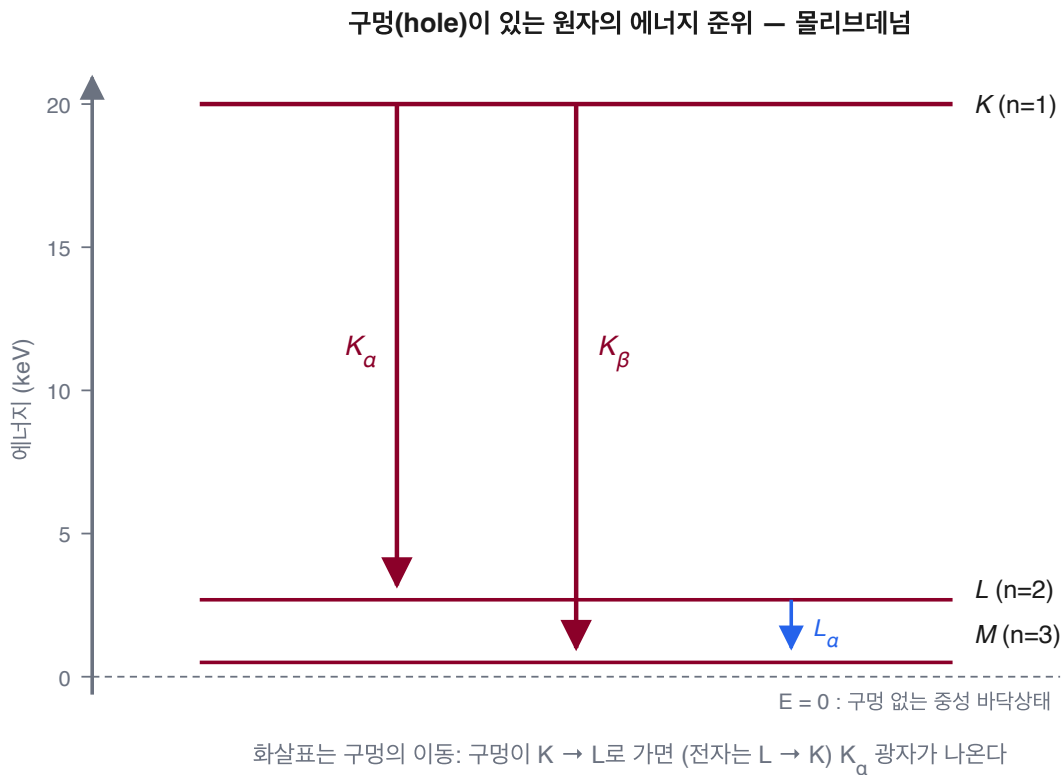
$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{K_0} = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{35.0 \times 10^3 \text{ eV}} = 35.4 \text{ pm}$$

$\lambda_{\min}$ 은 K_0 에만 의존하고 **표적 물질과 무관** 하다 — 표적을 바꾸면 스펙트럼의 다른 모든 부분이 변해도 $\lambda_{\min}$ 은 그대로다.

특성 X선 — 깊은 껍질의 구멍

날카로운 봉우리들은 전혀 다른 두 단계 과정으로 생긴다.

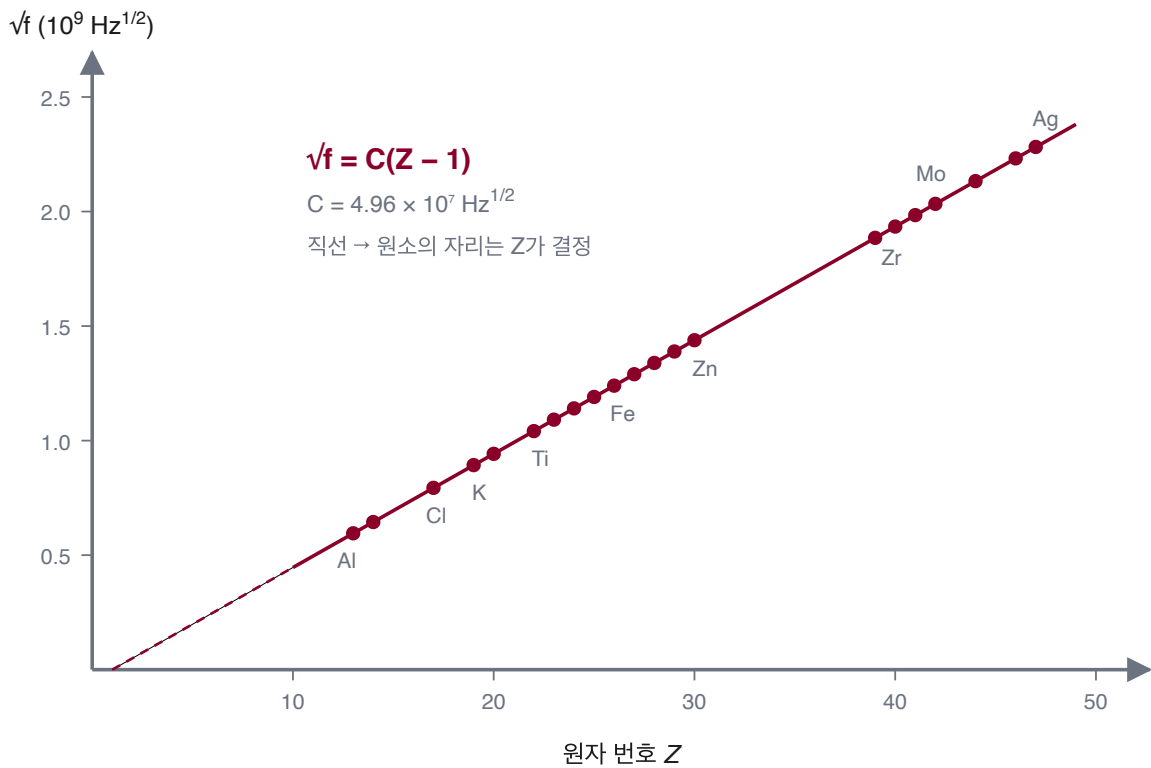
1. 고속 전자가 표적 원자의 **깊은 껍질** ($n = 1$, 역사적 명칭 **K 껍질**) 전자를 쳐서 내보낸다
→ 빈자리, 즉 **구멍(hole)** 이 생긴다
2. 더 높은 껍질의 전자가 이 구멍으로 떨어지며 에너지 차를 특성 X선 광자로 방출한다



- L 껍질($n = 2$) $\rightarrow$ K 껍질: K_α 선
- M 껍질($n = 3$) $\rightarrow$ K 껍질: K_β 선
- 구멍의 관점에서 보면: 구멍이 K 에서 L (또는 M)로 올라가는 전이이다

모즐리의 실험 (1913)

영국의 젊은 물리학자 모즐리(H. G. J. Moseley)는 구할 수 있는 모든 원소(38종)를 표적으로 특성 X선을 만들고 파장을 잰다. 그리고 K_{α} 진동수의 **제곱근**을 원소의 주기율표 위치에 대해 그렸다.



결과는 놀랍도록 깨끗한 **직선** — 모즐리의 결론:

원자에는 원소에서 원소로 규칙적인 걸음으로 증가하는 근본적인 양이 있다. 이것은 중심 핵의 전하일 수밖에 없다.

모즐리 직선의 유도 ① — 유효 핵전하

K_α 광자를 내는 전자의 에너지를 수소형 원자 공식으로 근사하자. 수소 원자의 에너지는 (39장):

$$E_n = -\frac{13.60 \text{ eV}}{n^2}$$

다전자 원자의 K 껍질 전자는 핵전하 Ze 를 그대로 느끼지 않는다. K 껍질에 함께 있는 **다른 전자 1개**가 핵을 가리기 때문이다(가림 효과, screening). 유효 핵전하는 약 $(Z - 1)e$:

$$E_n \approx -\frac{(13.60 \text{ eV})(Z - 1)^2}{n^2}$$

수소 공식의 e^4 인자(핵 전하² × 전자 전하²)에서 핵 전하 부분만 $(Z - 1)^2 e^2$ 로 바뀐 것이다.

모즐리 직선의 유도 ② — $\sqrt{f} \propto (Z - 1)$

K_α 전이는 $n = 2 (L) \rightarrow n = 1 (K)$ 이므로 광자 에너지는:

$$\Delta E = E_2 - E_1 = -\frac{(13.60)(Z - 1)^2}{4} + \frac{(13.60)(Z - 1)^2}{1} = (10.2 \text{ eV})(Z - 1)^2$$

진동수는 $f = \Delta E/h$:

$$f = \frac{(10.2 \text{ eV})(Z - 1)^2}{4.14 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}} = (2.46 \times 10^{15} \text{ Hz})(Z - 1)^2$$

양변에 제곱근을 취하면:

$$\boxed{\sqrt{f} = C(Z - 1)}, \quad C = 4.96 \times 10^7 \text{ Hz}^{1/2}$$

$\sqrt{f}$ 를 Z 에 대해 그리면 기울기 C 인 직선 — 모즐리가 본 바로 그 직선이다.

모즐리 실험의 의의

- 원소의 정체는 원자량이 아니라 **원자 번호 Z (핵전하)** 임을 확립했다
- 그전까지 주기율표는 원자량 순서였고, 화학적 근거로 몇 쌍을 뒤집어야 했다(예: Co-Ni)
— Z 순서로는 모순이 없다
- 당시 주기율표의 **빈칸** ($Z = 43$ 테크네튬 등)을 확정하고, 성질이 비슷해 정리가 어렵던 란타넘족도 정돈했다

왜 특성 X선이 이렇게 좋은 탐침일까?

- K 전자는 핵 바로 곁에 있어 핵전하를 **민감하게** 느낀다
- 반면 가시광선 스펙트럼은 바깥쪽 전자의 전이라, 안쪽 전자들의 가림 때문에 핵전하를 제대로 반영하지 못한다

예제: 미지 원소 찾기

코발트(Co, $Z = 27$) 표적의 K_α 파장은 178.9 pm인데, 불순물이 만드는 두 번째 K_α 선이 143.5 pm에서 관측되었다. 불순물 원소는?

모즐리 법칙 $\sqrt{f} = C(Z - 1)$ 에 $f = c/\lambda$ 를 대입하면 두 원소에 대해:

$$\sqrt{\frac{c}{\lambda_{\text{Co}}}} = C(Z_{\text{Co}} - 1), \quad \sqrt{\frac{c}{\lambda_X}} = C(Z_X - 1)$$

두 식을 나누면 C 와 c 가 소거된다:

$$\sqrt{\frac{\lambda_{\text{Co}}}{\lambda_X}} = \frac{Z_X - 1}{Z_{\text{Co}} - 1} \Rightarrow \sqrt{\frac{178.9}{143.5}} = \frac{Z_X - 1}{26} = 1.117$$

$$Z_X = 26 \times 1.117 + 1 \approx 30$$

$Z = 30$ 은 **아연(Zn)** 이다. 파장이 짧을수록(진동수가 클수록) Z 가 큰 원소이다.

40.7 레이저

레이저 빛의 특별한 성질

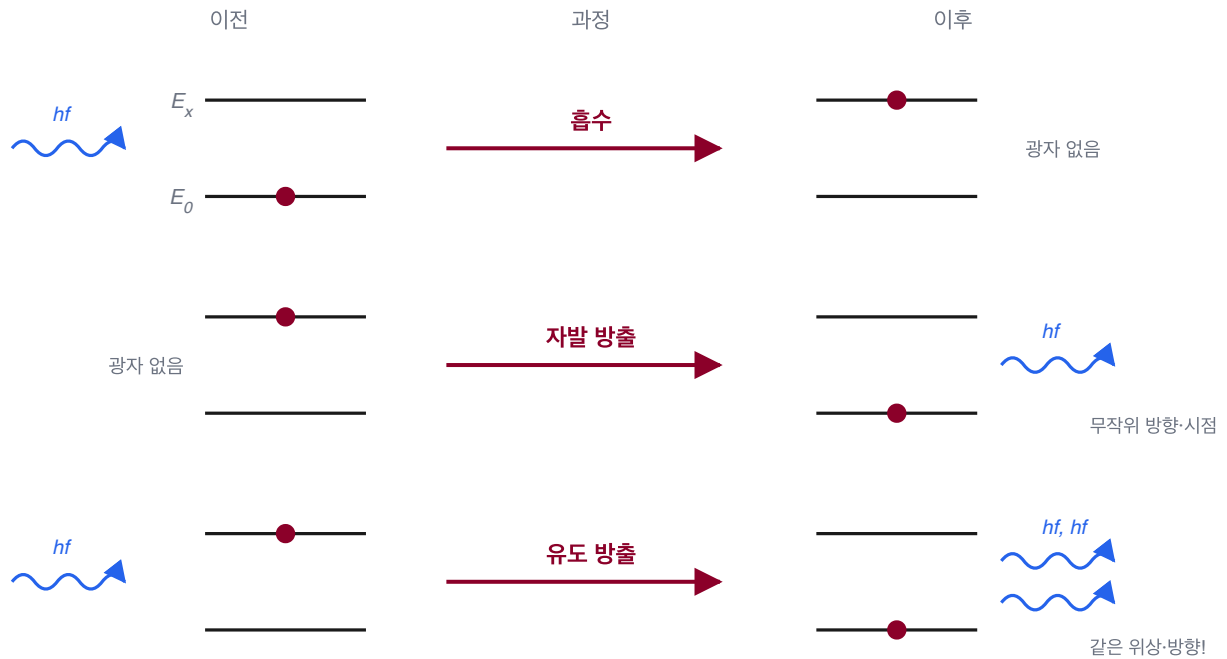
레이저(laser)는 "Light Amplification by the Stimulated Emission of Radiation"의 머리글자이다. 보통 전구의 빛과 무엇이 다른가?

- **고도로 단색(monochromatic)** : 진동수 폭이 10^{15} 분의 1 수준까지 좁다
- **고도로 결맞음(coherent)** : 파동열이 수백 km까지 위상을 유지한다 (전구는 1 m도 안 됨)
- **고도로 지향적(directional)** : 퍼짐이 회절 한계 수준 — 달에 쏘아도 지름 몇 km의 점
- **강하게 집속 가능** : 10^{17} W/cm^2 까지 집중 (산소-아세틸렌 불꽃은 10^3)

바코드 판독, 광통신, 시력 교정 수술, 금속 절단·용접, 홀로그램 — 모두 이 성질들 덕분이다.

빛과 원자의 세 가지 상호작용

에너지 E_0 (바닥상태)와 E_x (들뜬상태)를 갖는 원자를 생각하자. $hf = E_x - E_0$ 인 빛과 원자는 세 방식으로 상호작용한다.



1. **흡수(absorption)** : 바닥상태 원자가 광자를 흡수하고 들뜬다
2. **자발 방출(spontaneous emission)** : 들뜬 원자가 외부 자극 없이 스스로 광자를 내고 내려온다 — 시점과 방향이 **무작위**. 전구 빛이 이렇게 나온다
3. **유도 방출(stimulated emission)** : 지나가는 광자 hf 가 들뜬 원자를 "건드려" 내려오게 한다

유도 방출 — 광자 복제기

유도 방출로 나온 광자는 유도한 광자와 **모든 것이 같다** : 에너지(진동수), 위상, 편광, 진행 방향까지.

- 광자 1개가 2개로, 2개가 4개로 — **연쇄 증폭** 이 가능하다
- 이렇게 불어난 광자들은 전부 결맞은 한 방향의 빛 — 레이저 빛의 성질이 모두 여기서 나온다
- 유도 방출 개념은 아인슈타인이 1917년에 도입했다 (첫 레이저는 1960년에야 등장)

들뜬 상태의 수명은 보통 10^{-8} s로 짧지만, 어떤 상태는 10^5 배나 오래 산다. 이런 상태를 **준안정 상태(metastable state)** 라 하며 레이저 작동의 열쇠가 된다.

열평형에서는 레이저가 안 된다

온도 T 의 열평형에서 두 준위의 원자 수 비는 **볼츠만 분포**를 따른다:

$$N_x = N_0 e^{-(E_x - E_0)/kT}$$

$E_x > E_0$ 이므로 항상 $N_x < N_0$ — 들뜬 원자가 **더 적다**. 예를 들어 $\lambda = 550 \text{ nm}$ ($E_x - E_0 = 2.26 \text{ eV}$), $T = 300 \text{ K}$ ($kT = 0.0259 \text{ eV}$)이면:

$$\frac{N_x}{N_0} = e^{-2.26/0.0259} = e^{-87} \approx 1.3 \times 10^{-38}$$

사실상 전부 바닥상태이다. 이 상태에 빛을 쬐면 유도 방출보다 **흡수가 압도**한다(두 과정의 원자당 확률은 같다는 것을 아인슈타인이 보였다). $N_x/N_0 = 1/2$ 이 되려면 $T = 38\,000 \text{ K}$ — 온도를 아무리 올려도 $N_x > N_0$ 는 불가능하다.

반전 분포 — 레이저의 조건

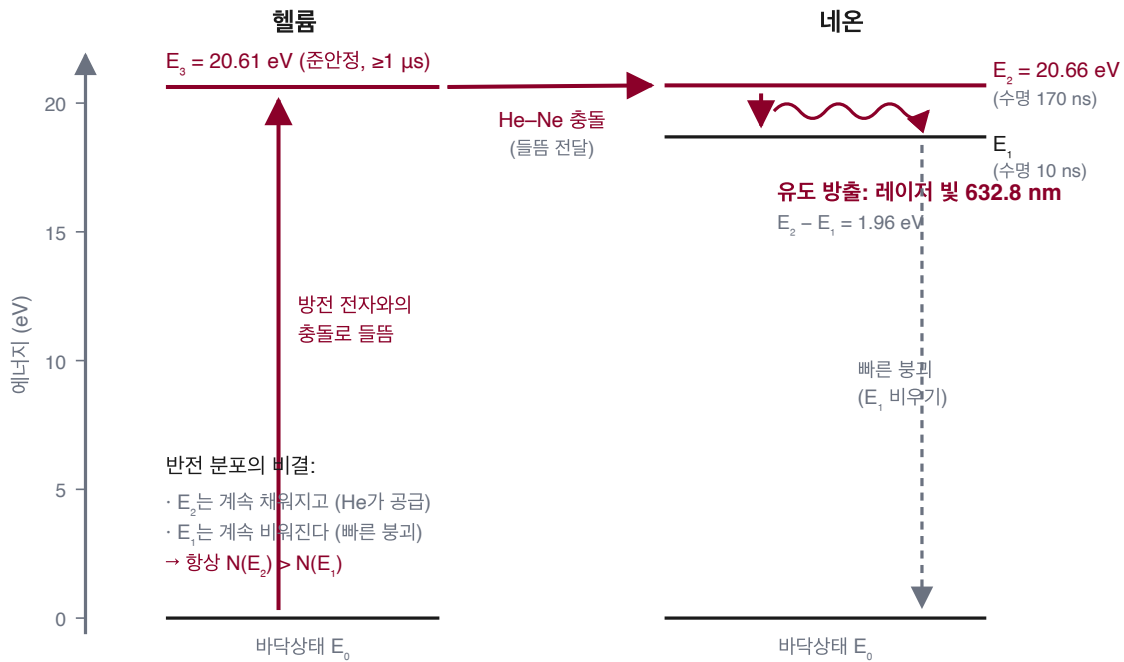
빛을 증폭하려면 흡수보다 유도 방출이 많아야 하고, 그러려면:

반전 분포(population inversion) : 위 준위의 원자 수가 아래 준위보다 **많아야** 한다 ($N_x > N_0$)

- 반전 분포는 열평형과 양립할 수 없으므로, 외부에서 에너지를 부어 만들어야 한다 — **펌핑(pumping)**
- 위 준위가 **준안정 상태** 라면 원자들이 오래 머물러 반전 분포를 유지하기 좋다
- 반전 분포 속으로 광자 하나가 지나가면 유도 방출의 연쇄 반응으로 결맞은 빛이 눈사태처럼 불어난다

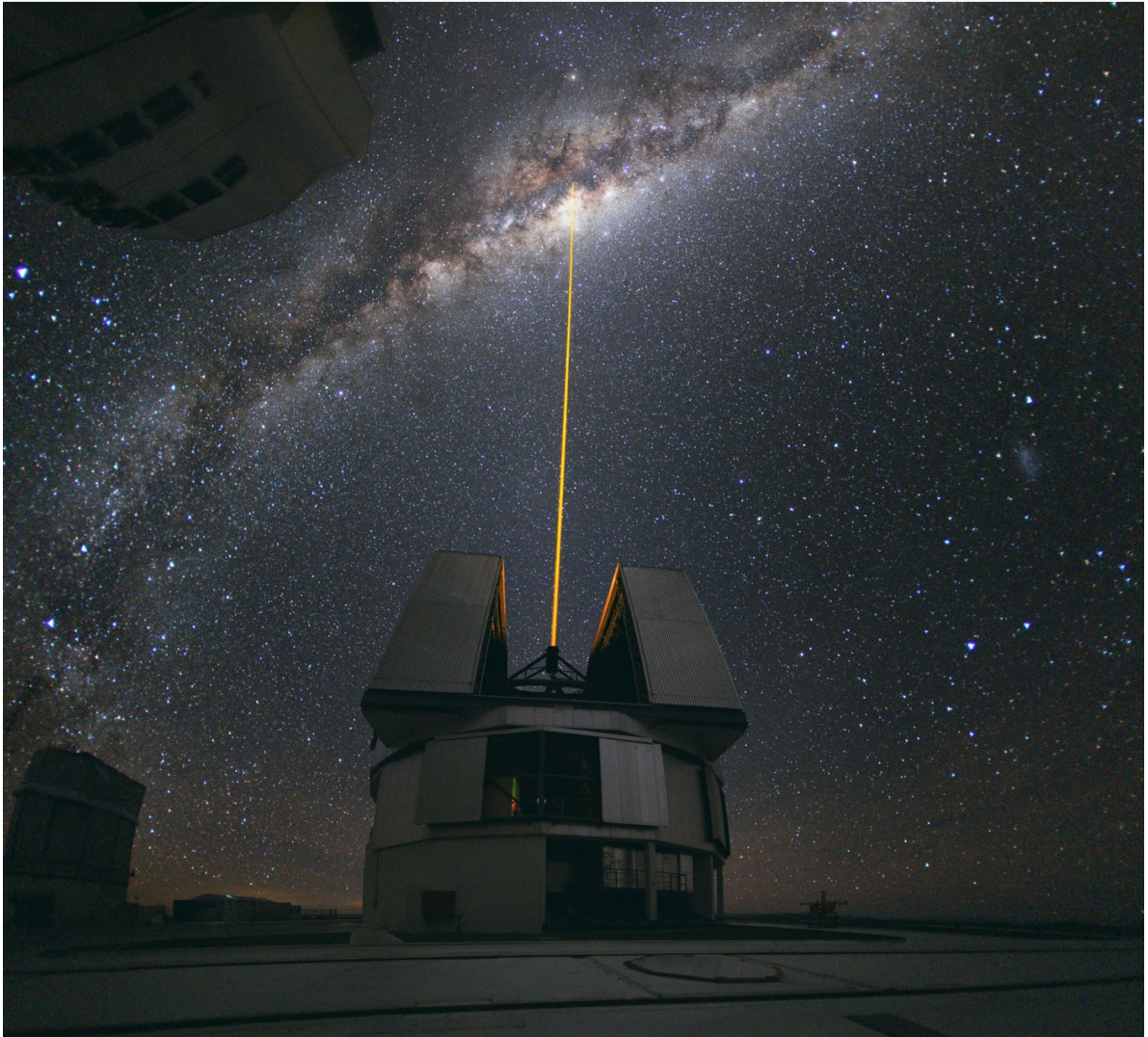
헬륨-네온 레이저

1961년 자반(A. Javan) 팀이 만든 붉은빛(632.8 nm) 기체 레이저 — 실험실 표준 레이저이다. 방전관에 헬륨 : 네온 = 20 : 80 혼합 기체를 채운다.



1. 방전 전류의 전자들이 헬륨을 준안정 상태 E_3 (20.61 eV, 수명 $\geq 1 \mu\text{s}$)로 올린다
 2. E_3 는 네온의 E_2 (20.66 eV)와 에너지가 비슷 $\rightarrow$ He-Ne **충돌** 로 들뜸이 네온에 전달된다
 3. 네온 E_2 (수명 170 ns)와 E_1 (수명 10 ns) 사이에 **반전 분포** 형성
 4. $E_2 \rightarrow E_1$ 유도 방출 $\rightarrow$ 632.8 nm 레이저 빛; E_1 의 원자는 빠르게 바닥으로 비워진다
- 거울 두 장(한쪽은 살짝 "새는" 거울) 사이를 빛이 왕복하며 증폭되고, 새어 나온 빛이 레이저 빔이 된다.

레이저는 어디에나 있다



사진은 칠레 파라날 천문대(ESO)의 망원경이 대기 보정용 **레이저 가이드 별**을 은하수 중심으로 쏘는 장면이다. 수 km를 날아가도 퍼지지 않는 지향성을 보라. (ESO/Y. Beletsky, CC BY 4.0)

- **광통신** : 해저 케이블·인터넷 백본의 데이터는 광섬유 속 레이저 펄스로 달린다
- **일상·의료** : 바코드·QR 스캐너, 레이저 포인터, 라식 수술
- **산업·과학** : 금속 절단과 용접, 중력파 검출(LIGO), 핵융합 연구

모두 유도 방출이라는 하나의 양자 현상에서 나왔다.

Review & Summary

핵심 개념

- 원자 속 전자의 상태는 양자수 (n, ℓ, m_ℓ, m_s) 로 지정되고, 각운동량과 자기 모멘트는 크기· z 성분 모두 **양자화** 되어 있다
- **슈테른-게를라흐 실험** : 은 원자 빔이 두 갈래로 갈라짐 $\rightarrow$ 공간 양자화와 전자 스핀의 실험적 증거
- **자기 공명** : $hf = 2\mu_z B$ 의 광자로 핵스핀을 뒤집는다 $\rightarrow$ NMR, MRI
- **파울리 배타 원리** : 두 전자는 같은 양자수 집합을 못 갖는다 $\rightarrow$ 겹질 구조와 주기율표
- **X선** : 연속 스펙트럼의 $\lambda_{\min} = hc/K_0$, 특성 X선의 $\sqrt{f} \propto (Z - 1)$ (모즐리) $\rightarrow$ 원소의 정체는 Z
- **레이저** : 준안정 상태 + 반전 분포 + 유도 방출

핵심 공식

개념	공식
궤도 각운동량	$L = \sqrt{\ell(\ell+1)} \hbar, \quad L_z = m_\ell \hbar$
자기 모멘트 (궤도/스핀)	$\mu_{\text{orb},z} = -m_\ell \mu_B, \quad \mu_{s,z} = -2m_s \mu_B$
스핀 각운동량	$S = \sqrt{s(s+1)} \hbar \left(s = \frac{1}{2}\right), \quad S_z = \pm \frac{1}{2} \hbar$
슈테른-게를라흐 힘	$F_z = \mu_z (dB/dz)$
자기 공명	$hf = 2\mu_z B$
X선	$\lambda_{\min} = hc/K_0, \quad \sqrt{f} = C(Z-1)$

기억할 것:

- 버금껍질 정원 $2(2\ell + 1)$ 개, 껍질 정원 $2n^2$ 개 — 주기율표의 2, 8, 18, 32
- 닫힌 (버금)껍질은 각운동량·자기 모멘트가 0 — 비활성 기체의 평온함
- 스핀 자기 모멘트의 계수는 궤도의 **2배** ($\mu_{s,z} = \mp \mu_B$)
- 레이저의 세 열쇠: 펌핑, 준안정 상태, 반전 분포