

35장: 간섭

Interference

비눗방울은 왜 무지개색일까?

비눗물 자체는 거의 무색이다. 그런데 비눗방울 표면에는 알록달록한 색이 물결친다.



- 물감이나 색소 때문이 아니다
 - 얇은 막의 앞면과 뒷면에서 반사된 빛이 **서로 겹치면서** 만드는 색이다
- 이 현상이 바로 이번 강의 주제, 빛의 **간섭(interference)** 이다.

이번 장에서 배울 내용

1. **빛은 파동이다** : 하위헌스 원리, 그리고 매질 속에서 파장이 $\lambda_n = \lambda/n$ 으로 짧아진다는 사실

2. **영의 이중슬릿 실험** : 두 슬릿을 지난 빛이 스크린에 밝고 어두운 **무늬(fringes)** 를 만든다

$$d \sin \theta = m\lambda \quad (\text{밝은 무늬})$$

3. **박막 간섭과 간섭계** : 비눗방울·기름막의 색, 안경 렌즈의 반사 방지 코팅, 그리고 중력파 검출까지

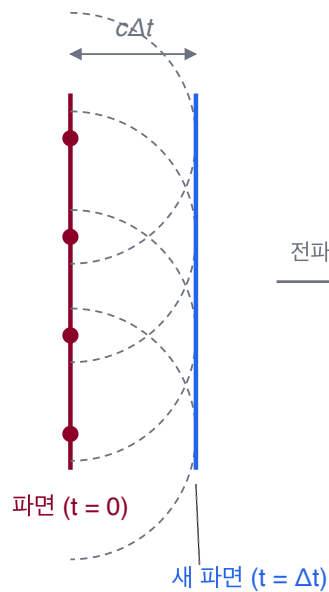
핵심 아이디어는 단 하나다: 두 파동이 만날 때 **위상차(phase difference)** 가 결과를 결정한다.

35.1 빛은 파동이다

하위헌스 원리

1678년 네덜란드의 하위헌스(Christiaan Huygens)는 빛을 파동으로 기술하는 첫 이론을 세웠다. 그 핵심이 **하위헌스 원리(Huygens' principle)**이다.

파면 위의 모든 점은 구면 **잔파(wavelet)**의 점광원이 되고, 시간 Δt 후의 새 파면은 이 잔파들에 접하는 면이다.



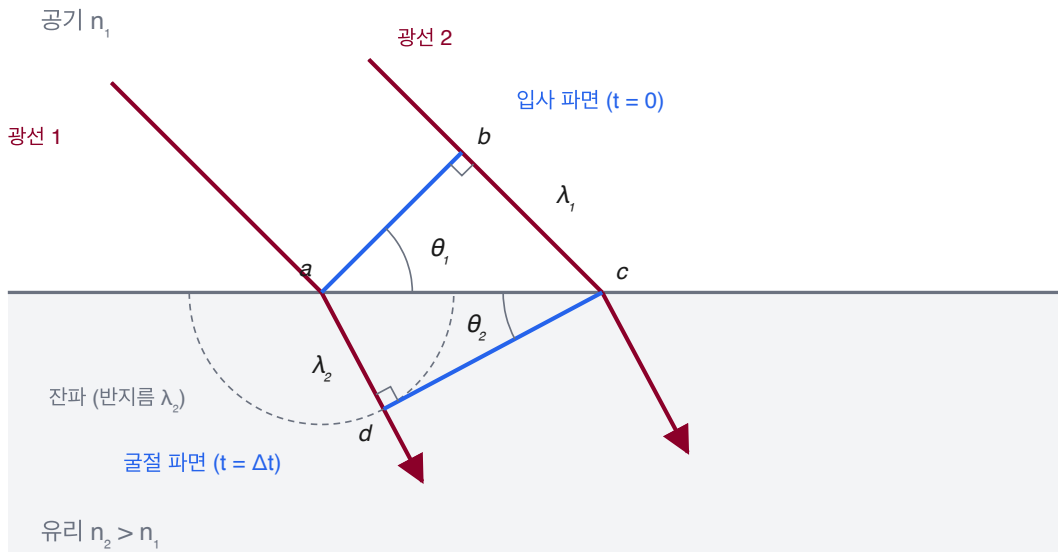
하위헌스 원리:

파면 위의 모든 점은 구면 잔파(wavelet)의 점광원이고, 시간 Δt 후의 새 파면은 이 잔파들에 접하는 면이다.

평면파의 각 점에서 반지름 $c \Delta t$ 의 잔파가 퍼지고, 그 접평면이 새 파면이 된다. 기하학적 작동만으로 파동의 전파를 예측할 수 있다.

하위헌스 원리로 굴절을 설명하기

빛이 공기에서 유리로 들어가면 속력이 v_1 에서 v_2 로 느려진다($v_2 < v_1$). 파면이 어떻게 꺾이는지 작도해 보자.



$$\sin \theta_1 = \lambda_1 / ac, \sin \theta_2 = \lambda_2 / ac \rightarrow \sin \theta_1 / \sin \theta_2 = \lambda_1 / \lambda_2 = v_1 / v_2$$

- 광선 1이 경계면의 점 a 에 도착한 순간, 입사 파면은 a 와 b 를 잇는 선이다
- 광선 2는 아직 λ_1 만큼 더 진행해야 점 c 에 도착한다
- 그 시간 동안 a 에서 나온 잔파는 유리 속에서 반지름 λ_2 만큼만 퍼진다
- 새 파면은 c 에서 이 잔파에 접하는 선 cd 이다 → 파면이 **꺾인다**

굴절 법칙 유도

두 직각삼각형에 주목하자. 빔변 ac 는 공통이다.

삼각형 abc (직각은 b)에서, 파면과 경계면 사이의 각은 입사각 θ_1 과 같으므로:

$$\sin \theta_1 = \frac{\lambda_1}{ac}$$

삼각형 adc (직각은 d)에서, 같은 논리로 굴절각 θ_2 에 대해:

$$\sin \theta_2 = \frac{\lambda_2}{ac}$$

두 식을 나누면 ac 가 약분된다:

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2}$$

같은 시간 동안 진행한 거리가 파장이므로 $\lambda_1/\lambda_2 = v_1/v_2$ 이다.

굴절률과 스넬 법칙

굴절률(index of refraction) 은 진공에서의 광속 c 와 매질 속 광속 v 의 비로 정의한다:

$$n = \frac{c}{v}$$

두 매질에 대해 $n_1 = c/v_1, n_2 = c/v_2$ 이므로:

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{c/n_1}{c/n_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

33장에서 실험 법칙으로 소개했던 **스넬 법칙(Snell's law)** 이 하위헌스 원리에서 유도된다.
빛이 파동이라는 강력한 증거다.

매질 속에서 파장이 짧아진다

진공에서 파장 λ , 속력 c 인 빛이 굴절률 n 인 매질에 들어가면 속력이 v 가 된다. 파장은 속력에 비례하므로:

$$\lambda_n = \lambda \frac{v}{c}$$

여기에 $v/c = 1/n$ 을 대입하면:

$$\lambda_n = \frac{\lambda}{n}$$

- 물($n = 1.33$) 속에서 파장은 진공의 $1/1.33 = 75\%$
- 유리($n = 1.5$) 속에서는 $2/3$ 로 줄어든다

굴절률이 클수록 파장이 짧아진다. 이 사실이 이번 장 전체를 관통하는 열쇠다.

진동수는 변하지 않는다

매질 속에서의 진동수 f_n 을 구해 보자. 파동의 기본 관계 $v = \lambda f$ 에서:

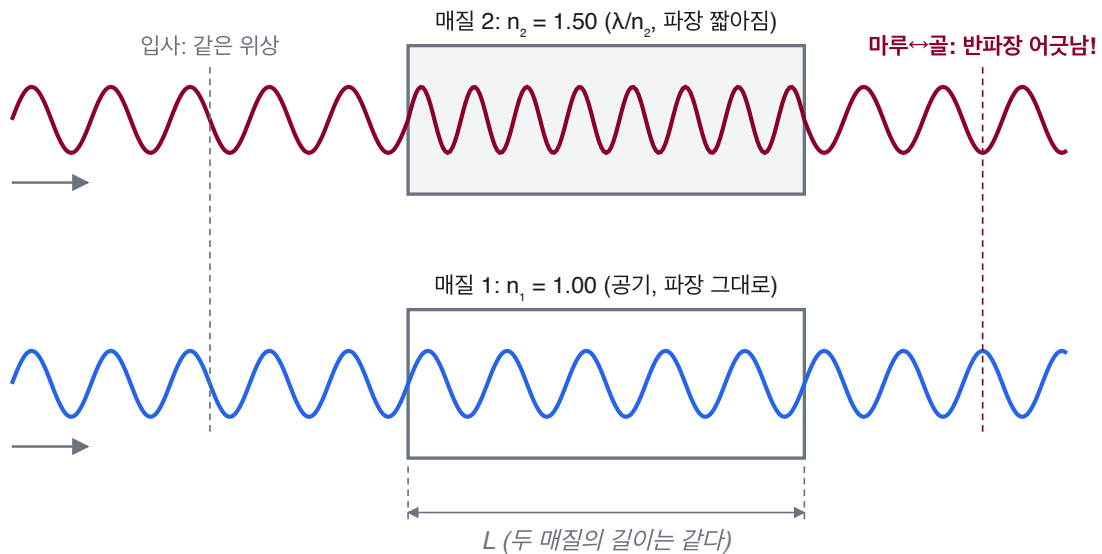
$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{c/n}{\lambda/n} = \frac{c}{\lambda} = f$$

n 이 분자와 분모에서 약분되어 사라진다.

- 속력과 파장은 매질에 따라 **바뀌지만**, 진동수는 **그대로** 이다
 - 경계면에서 파동이 연속적으로 이어지려면 양쪽의 진동수가 같아야 하기 때문
- 빛의 색은 진동수가 결정하므로, 물속에서 보아도 빨간빛은 여전히 빨갛다.

굴절률이 다르면 위상차가 생긴다

같은 위상으로 출발한 두 빛이 길이 L 은 같지만 굴절률이 다른 두 매질을 통과하면 어떻게 될까?



- 매질 속에서 파장이 λ/n 으로 짧아지므로, 굴절률이 큰 쪽에 **더 많은 파장**이 들어간다
- 두 매질을 빠져나올 때 두 파동은 더 이상 같은 위상이 아니다

두 빛이 굴절률이 다른 물질을 지나면 위상차가 달라질 수 있다.

위상차를 파장 개수로 세기

길이 L 인 매질 1(굴절률 n_1) 속의 파장은 $\lambda_{n1} = \lambda/n_1$ 이므로, 그 안에 들어가는 파장의 개수는:

$$N_1 = \frac{L}{\lambda_{n1}} = \frac{Ln_1}{\lambda}$$

마찬가지로 매질 2(굴절률 n_2) 속에는:

$$N_2 = \frac{L}{\lambda_{n2}} = \frac{Ln_2}{\lambda}$$

$n_2 > n_1$ 이라 하면, 빠져나온 두 파동의 위상차는 (파장 단위로):

$$N_2 - N_1 = \frac{L}{\lambda} (n_2 - n_1)$$

파장 1개의 위상차는 $2\pi \text{ rad} = 360^\circ$ 에 해당한다.

유효 위상차와 간섭의 종류

위상차가 45.6파장이라고 하자. 정수 45파장만큼의 밀림은 파동을 다시 원래 위상으로 되돌리므로, 실제로 중요한 것은 소수 부분이다:

- 유효 위상차(effective phase difference) = 0.6파장

위상차(파장 단위)에 따른 간섭:

유효 위상차	간섭 결과
0, 1, 2, ...	완전 보강(fully constructive) — 가장 밝음
0.5, 1.5, 2.5, ...	완전 상쇄(fully destructive) — 어둠
그 사이 값	중간 밝기

주의: 유효 위상차는 **파장 단위** 로 소수 부분을 취해야 한다. 라디안이나 도 단위에서 소수 부분을 취하면 안 된다.

예제 1: 굴절률 차이가 만드는 위상차

파장 $\lambda = 550.0 \text{ nm}$ 로 같은 위상으로 출발한 두 빛이 있다. 하나는 공기($n_1 = 1.000$), 다른 하나는 두께 $L = 2.600 \mu\text{m}$ 의 투명 플라스틱($n_2 = 1.600$)을 통과한다. 빠져나온 두 파동의 위상차는?

$$N_2 - N_1 = \frac{L}{\lambda}(n_2 - n_1) = \frac{2.600 \times 10^{-6}}{5.500 \times 10^{-7}} (1.600 - 1.000)$$

$$N_2 - N_1 = (4.727)(0.600) = 2.84 \text{ 파장}$$

라디안과 도 단위로는:

$$2.84 \times 2\pi = 17.8 \text{ rad}, \quad 2.84 \times 360^\circ \approx 1020^\circ$$

유효 위상차는 소수 부분인 **0.84파장** 이다.

예제 1 (계속): 어떤 간섭이 일어날까?

두 파동이 멀리 있는 스크린의 같은 점에 도달한다면, 얼마나 밝을까?

- 유효 위상차 0.84파장을 기준값과 비교한다
- 0.5파장이면 완전 상쇄(가장 어두움), 1.0파장이면 완전 보강(가장 밝음)
- 0.84는 0.5보다 1.0에 가깝다

따라서 두 파동은 **보강 쪽에 가까운 중간 간섭** 을 일으켜, 비교적 밝은 점을 만든다.

이렇게 위상차 하나로 밝기가 결정된다. 다음 절부터는 위상차를 만드는 두 번째 방법 — **경로 차** — 를 다룬다.

자연이 보여주는 간섭: 무지개

33장에서 무지개는 물방울 속의 굴절·분산으로 설명했다. 그런데 실제로는 빛이 물방울의 **여러 경로**를 지나 나오면서 간섭도 함께 일어난다.

- 무지개의 빨간 띠: 여러 물방울에서 나온 빨간빛이 **같은 위상**으로 나와 보강 간섭한 방향
- 운이 좋으면 1차 무지개 안쪽에 희미한 **과잉 무지개(supernumeraries)**가 겹쳐 보인다
 - 순수한 간섭 효과

무지개 자체가 "빛은 파동"이라는 자연의 증거인 셈이다.

35.2 영의 간섭 실험

회절: 파동은 좁은 틈에서 퍼진다

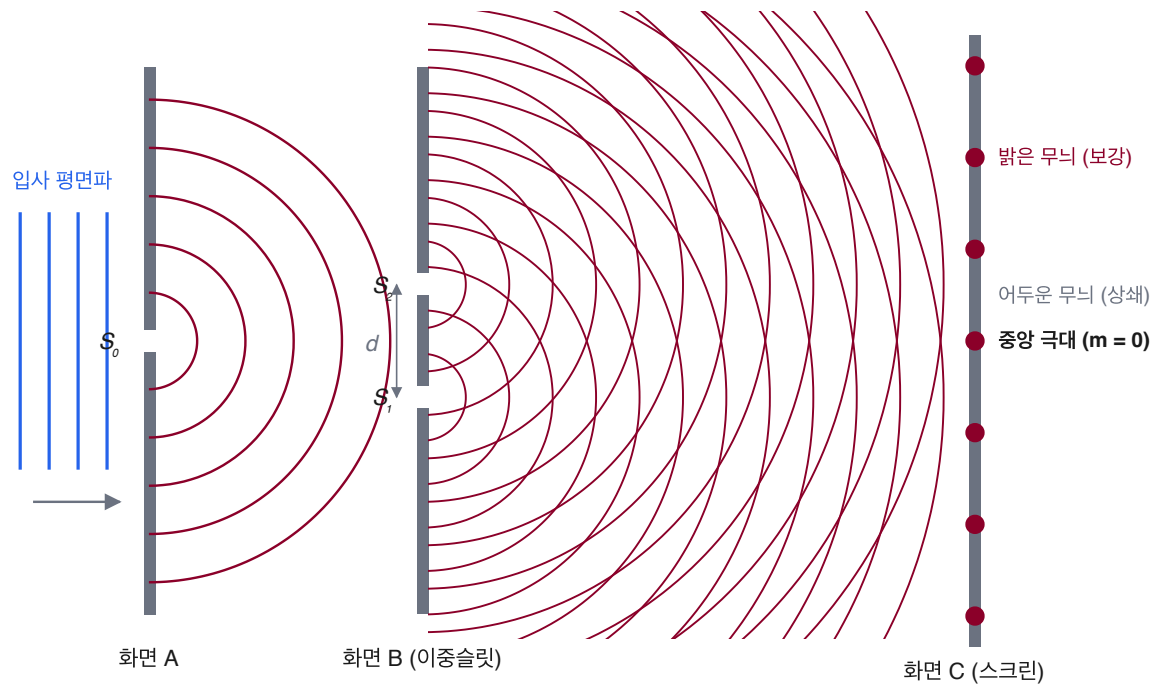
파동이 파장과 비슷한 크기의 틈을 만나면, 틈을 지난 파동은 부채꼴로 퍼져 나간다. 이를 **회절(diffraction)**이라 한다.

- 슬릿 폭 a 가 좁을수록 회절이 **심해진다** ($a = 6\lambda$ 보다 $a = 1.5\lambda$ 에서 훨씬 넓게 퍼짐)
- 하위헌스 잔파가 퍼지는 것과 같은 원리다
- 방파제 틈으로 바닷물결이 퍼져 들어오는 것도 회절이다

회절 때문에 빛을 가는 "광선"으로 만들려는 시도는 실패한다. 슬릿을 좁힐수록 빛은 더 퍼진다. 기하광학은 틈이 λ 보다 충분히 클 때만 성립한다.

영의 이중슬릿 실험 (1801)

토머스 영(Thomas Young)은 빛의 간섭을 실험으로 보여 빛이 파동임을 증명했고, 햇빛의 평균 파장까지 측정했다(570 nm — 현대값 555 nm에 놀랍도록 가깝다).



- 단색광이 슬릿 S_0 를 지나며 회절로 퍼진다
- 퍼진 빛이 두 슬릿 S_1, S_2 를 **같은 위상**으로 비춘다
- 두 슬릿에서 나온 원형파가 겹치는 영역에서 간섭이 일어난다

스크린에 나타나는 간섭 무늬

스크린에는 밝은 띠와 어두운 띠가 교대로 나타난다. 이를 **간섭 무늬(interference pattern)** 라 한다.

- **밝은 무늬(bright fringes)** : 두 파동이 보강 간섭하는 곳 — 극대(maxima)
- **어두운 무늬(dark fringes)** : 완전 상쇄 간섭하는 곳 — 극소(minima)

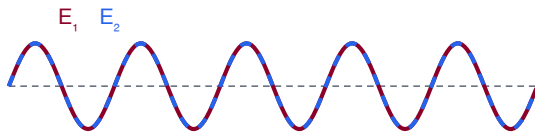
무엇이 어느 지점이 밝을지를 결정할까?

스크린 위 각 점의 밝기는 그 점까지 오는 두 광선의 **경로차(path length difference)** ΔL 이 결정한다.

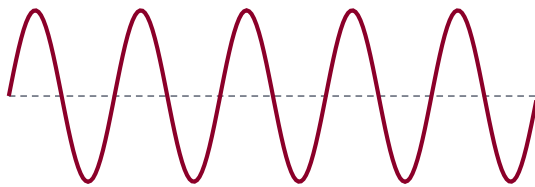
두 파동은 슬릿에서 같은 위상으로 출발하지만, 스크린의 한 점까지 가는 거리가 서로 다르기 때문이다.

보강과 상쇄: 파동 덧셈 복습

보강 간섭 ($\phi = 0, \Delta L = m\lambda$)

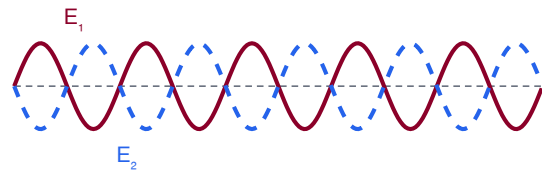


두 파를 더하면 ↓



진폭 $2E_0 \rightarrow$ 세기 $4I_0$ (가장 밝음)

상쇄 간섭 ($\phi = \pi, \Delta L = (m + \frac{1}{2})\lambda$)



두 파를 더하면 ↓

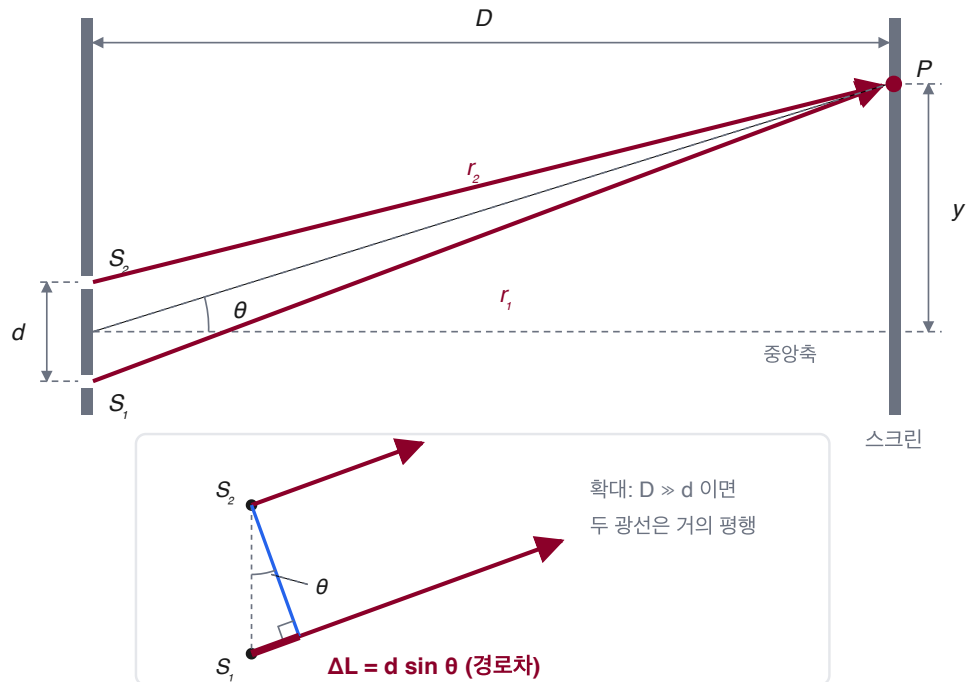


진폭 0 $\rightarrow$ 세기 0 (어둠)

- 경로차가 $\Delta L = m\lambda$ ($m = 0, 1, 2, \dots$)이면 마루와 마루가 만난다 $\rightarrow$ 진폭 2배
- 경로차가 $\Delta L = (m + \frac{1}{2})\lambda$ 이면 마루와 골이 만난다 $\rightarrow$ 진폭 0

경로차의 기하학

슬릿 간격 d , 스크린까지의 거리 D , 스크린 위 점 P 의 각도를 θ 라 하자.



$D \gg d$ 이면 두 광선 r_1, r_2 는 거의 평행하다. S_2 에서 r_1 에 내린 수선의 발을 b 라 하면, b 부터 P 까지 두 광선의 거리는 같으므로 경로차는 S_1b 구간뿐이다.

경로차 공식: $\Delta L = d \sin \theta$

확대한 직각삼각형을 보자.

- 빛변: 슬릿 사이 거리 d (선분 S_1S_2)
- S_2b 는 파면(광선에 수직)이므로 S_1S_2b 는 직각삼각형
- 슬릿 축과 파면 사이의 각 = 광선과 수평선 사이의 각 = θ

따라서 θ 의 대변인 S_1b 는:

$$\Delta L = d \sin \theta$$

각도 θ 가 커질수록(스크린 중앙에서 멀어질수록) 경로차가 커진다. 경로차가 커지면서 보강과 상쇄가 교대로 나타난다 — 이것이 줄무늬의 정체다.

밝은 무늬와 어두운 무늬의 조건

경로차를 간섭 조건에 대입하면:

밝은 무늬 (보강) — 경로차가 파장의 정수배:

$$d \sin \theta = m\lambda, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

어두운 무늬 (상쇄) — 경로차가 반파장의 홀수배:

$$d \sin \theta = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

$m = 0$ 인 밝은 무늬는 $\theta = 0$, 즉 중앙축 위에 있다. 이를 **중앙 극대(central maximum)**라 한다.

무늬의 이름 붙이기

m 값으로 각 무늬를 부른다. 중앙 극대 위아래로 대칭이다.

- $m = 2$ 인 밝은 무늬: $\theta = \sin^{-1} \frac{2\lambda}{d}$ — **2차 밝은 무늬(second-order bright fringe)**,
또는 두 번째 곁극대(second side maximum)
- $m = 1$ 인 어두운 무늬: $\theta = \sin^{-1} \frac{1.5\lambda}{d}$ — 중앙에서 두 번째 어두운 무늬(second minimum)

주의할 점:

- 어두운 무늬는 $m = 0$ 이 **첫 번째** 극소다 ($\Delta L = 0.5\lambda$)
- 같은 m 이라도 밝은 무늬 공식과 어두운 무늬 공식은 서로 다른 위치를 가리킨다

무늬의 위치: 작은 각 근사

스크린 중앙에서 무늬까지의 거리 y_m 을 구하자. 기하학에서:

$$\tan \theta = \frac{y_m}{D}$$

실제 실험에서는 θ 가 아주 작다(예: $d = 0.1 \text{ mm}$, $\lambda = 550 \text{ nm}$ 이면 $\theta_1 \approx 0.3^\circ$). 작은 각에서는:

$$\sin \theta \approx \tan \theta \approx \theta \quad (\text{라디안})$$

밝은 무늬 조건 $\sin \theta = m\lambda/d$ 와 $\tan \theta = y_m/D$ 를 같다고 놓으면:

$$\frac{y_m}{D} = \frac{m\lambda}{d} \quad \Rightarrow \quad \boxed{y_m = \frac{m\lambda D}{d}}$$

무늬 간격은 일정하다

이웃한 밝은 무늬 사이의 간격을 구하자:

$$\Delta y = y_{m+1} - y_m = \frac{(m+1)\lambda D}{d} - \frac{m\lambda D}{d} = \boxed{\frac{\lambda D}{d}}$$

m 이 사라졌다 — 작은 각 영역에서는 무늬가 **등간격**으로 늘어선다.

무늬 간격이 커지는 조건:

- 파장 λ 가 길수록 (빨간빛 > 파란빛)
- 스크린이 멀수록 (D 증가)
- 슬릿 간격 d 가 **줄수록**

파장(500 nm)은 눈에 안 보아게 작지만, D/d 배율(수천 배)이 이를 밀리미터 크기의 무늬로 확대해 준다.

예제 2: 무늬 간격 계산

파장 $\lambda = 546 \text{ nm}$ 의 초록빛, 슬릿 간격 $d = 0.12 \text{ mm}$, 스크린 거리 $D = 55 \text{ cm}$ 일 때 이웃한 밝은 무늬 사이 간격은?

단위를 SI로 통일한다: $\lambda = 546 \times 10^{-9} \text{ m}$, $d = 0.12 \times 10^{-3} \text{ m}$, $D = 0.55 \text{ m}$.

$$\Delta y = \frac{\lambda D}{d} = \frac{(546 \times 10^{-9})(0.55)}{0.12 \times 10^{-3}}$$

분자는 3.003×10^{-7} 이므로:

$$\Delta y = \frac{3.003 \times 10^{-7}}{1.2 \times 10^{-4}} = 2.50 \times 10^{-3} \text{ m} = \boxed{2.5 \text{ mm}}$$

밀리미터 단위의 무늬 — 자로도 잴 수 있는 크기다. 이 간격을 재면 거꾸로 빛의 **파장을 측정**할 수 있다. 영이 한 일이 바로 이것이다.

시뮬레이션: 이중슬릿 간섭 — d , λ , D 를 바꾸며 무늬 간격 관찰

35.3 간섭과 이중슬릿 세기

결맞음

두 파동이 뚜렷한 간섭 무늬를 만들려면, 만나는 점에서의 위상차가 **시간에 따라 변하지 않아야** 한다. 이런 두 파동을 **결맞다(coherent)** 고 한다.

- 이중슬릿의 두 파동: 하나의 빛에서 갈라져 나왔으므로 완전히 결맞음
- 두 개의 독립적인 백열전구: 수많은 원자가 제멋대로($\sim ns$ 단위) 빛을 내므로 위상차가 요동친다 → **결어긋남(incoherent)**, 무늬가 사라지고 균일하게 밝다
- **레이저(laser)**: 원자들이 협동하여 빛을 내는 특별한 광원 — 그 자체로 결맞음

햇빛도 아주 가까운 두 점에서는 부분적으로 결맞다. 손톱에 햇빛을 비추면 보이는 얼룩덜룩한 반점(speckle)이 그 증거다.

세기를 구하자: 문제 설정

지금까지는 극대·극소의 **위치** 만 알았다. 이제 스크린 위 임의의 각 θ 에서 **세기(intensity)** $I(\theta)$ 를 구한다.

점 P 에 도달한 두 파동의 전기장 성분을 다음과 같이 쓰자:

$$E_1 = E_0 \sin \omega t, \quad E_2 = E_0 \sin(\omega t + \phi)$$

- 진폭 E_0 는 같고 (두 슬릿이 동등하므로), 위상차 ϕ 는 경로차에서 생긴다
- ϕ 가 시간에 대해 일정하므로 두 파동은 결맞다

목표는 합성파 $E = E_1 + E_2$ 의 진폭이다. 삼각함수 덧셈 대신 **위상자(phasor)**를 쓰면 쉽다.

위상자로 두 파동 더하기

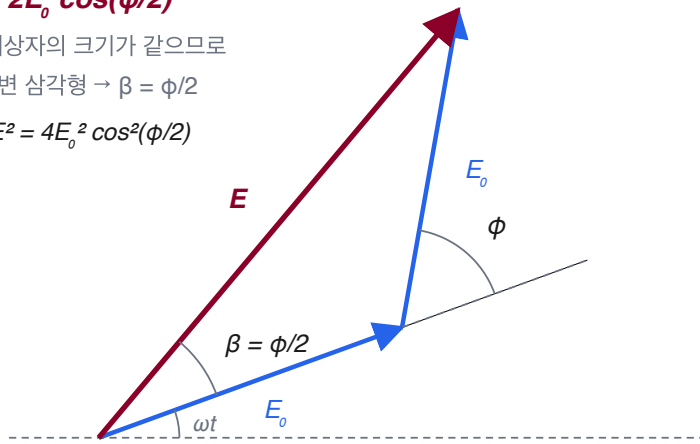
위상자는 진폭 E_0 크기의 벡터로, 각속도 ω 로 회전한다. 파동의 순간값은 위상자의 수직 성분이다.

$$E = 2E_0 \cos(\phi/2)$$

두 위상자의 크기가 같으므로

이등변 삼각형 $\rightarrow \beta = \phi/2$

$$I \propto E^2 = 4E_0^2 \cos^2(\phi/2)$$



두 위상자(파랑, 크기 E_0 , 사잇각 ϕ)를 벡터처럼 이으면 합성 위상자(빨강)를 얻는다

- 두 위상자를 꼬리에 머리를 이어 붙이면, 합성파의 위상자를 얻는다
- 두 변의 길이가 E_0 로 같은 **이등변 삼각형** 이므로, 합성 위상자는 사잇각을 정확히 반으로 가른다: $\beta = \phi/2$

밑변(합성 진폭)을 두 개의 직각삼각형으로 나누면:

$$E = 2(E_0 \cos \beta) = 2E_0 \cos \frac{1}{2}\phi$$

세기 공식: $I = 4I_0 \cos^2(\phi/2)$

파동의 세기는 진폭의 제곱에 비례한다. 슬릿 하나만 열었을 때의 세기를 $I_0 \propto E_0^2$ 이라 하면:

$$\frac{I}{I_0} = \frac{E^2}{E_0^2} = \frac{4E_0^2 \cos^2 \frac{1}{2}\phi}{E_0^2}$$

$$I = 4I_0 \cos^2 \frac{1}{2}\phi$$

- $\phi = 0$: $I = 4I_0$ — 진폭이 2배이므로 세기는 **4배**
- $\phi = \pi$: $I = 0$ — 완전 상쇄

슬릿 두 개를 열었는데 세기가 2배가 아니라 4배가 되는 곳이 생긴다. 대신 0이 되는 곳도 생긴다 — 에너지가 사라진 것이 아니라 **재분배** 된 것이다.

위상차와 각도의 관계

이제 ϕ 를 스크린 위치 θ 와 연결하자. 경로차 1파장이 위상차 2π 에 해당하므로, 비례 관계로:

$$\frac{\phi}{2\pi} = \frac{\Delta L}{\lambda}$$
$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta L$$

여기에 이중슬릿의 경로차 $\Delta L = d \sin \theta$ 를 대입하면:

$$\phi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta$$

이 식과 $I = 4I_0 \cos^2(\phi/2)$ 를 합치면, 스크린 위 어느 점에서든 세기를 계산할 수 있다.

극대·극소 위치 다시 확인

세기 공식이 앞서 구한 무늬 위치를 재현하는지 확인하자.

극대 : $\cos^2 \frac{\phi}{2} = 1$ 이라면

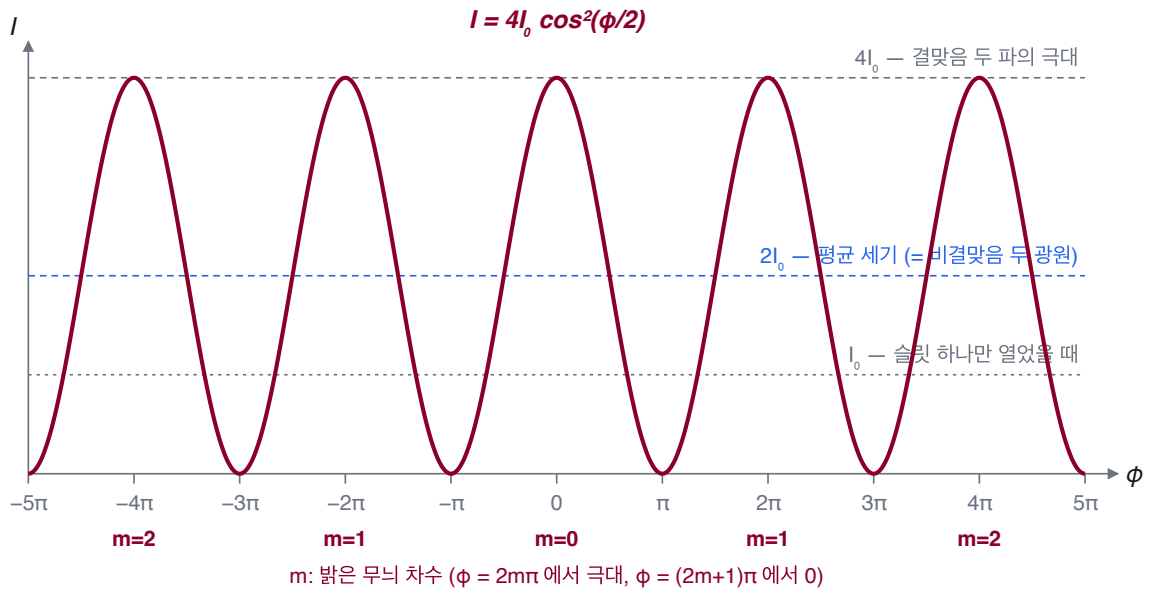
$$\frac{1}{2}\phi = m\pi \Rightarrow \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta = m\pi \Rightarrow d \sin \theta = m\lambda \checkmark$$

극소 : $\cos^2 \frac{\phi}{2} = 0$ 이라면

$$\frac{1}{2}\phi = (m + \frac{1}{2})\pi \Rightarrow d \sin \theta = (m + \frac{1}{2})\lambda \checkmark$$

경로차 논리로 얻었던 조건이 세기 공식 안에 그대로 들어 있다.

세기 분포 그래프



- 극대의 세기는 $4I_0$, 극소는 0
- $\cos^2$ 의 평균은 $\frac{1}{2}$ 이므로 평균 세기는 $2I_0$ — 결어긋난 두 광원의 균일한 밝기와 같다
- 간섭은 에너지를 만들지도 없애지도 않는다. 스크린 위에서 **재배치** 할 뿐이다

예제 3: 위상자로 세 파동 합성하기

한 점에 도달한 세 파동의 전기장이 다음과 같다. 합성파를 구하라.

$$E_1 = E_0 \sin \omega t, \quad E_2 = E_0 \sin(\omega t + 60^\circ), \quad E_3 = E_0 \sin(\omega t - 30^\circ)$$

$t = 0$ 에서 위상자들을 성분 분해한다. 수평 성분의 합:

$$\sum E_h = E_0 [\cos 0^\circ + \cos 60^\circ + \cos(-30^\circ)] = E_0(1 + 0.500 + 0.866) = 2.37E_0$$

수직 성분의 합:

$$\sum E_v = E_0 [\sin 0^\circ + \sin 60^\circ + \sin(-30^\circ)] = E_0(0 + 0.866 - 0.500) = 0.37E_0$$

합성 진폭과 위상각:

$$E_R = \sqrt{(2.37E_0)^2 + (0.37E_0)^2} = 2.4E_0, \quad \beta = \tan^{-1} \frac{0.37}{2.37} \approx 8.8^\circ$$

따라서 $E(t) = 2.4E_0 \sin(\omega t + 8.8^\circ)$.

35.4 박막 간섭

기름막과 비눗방울의 색

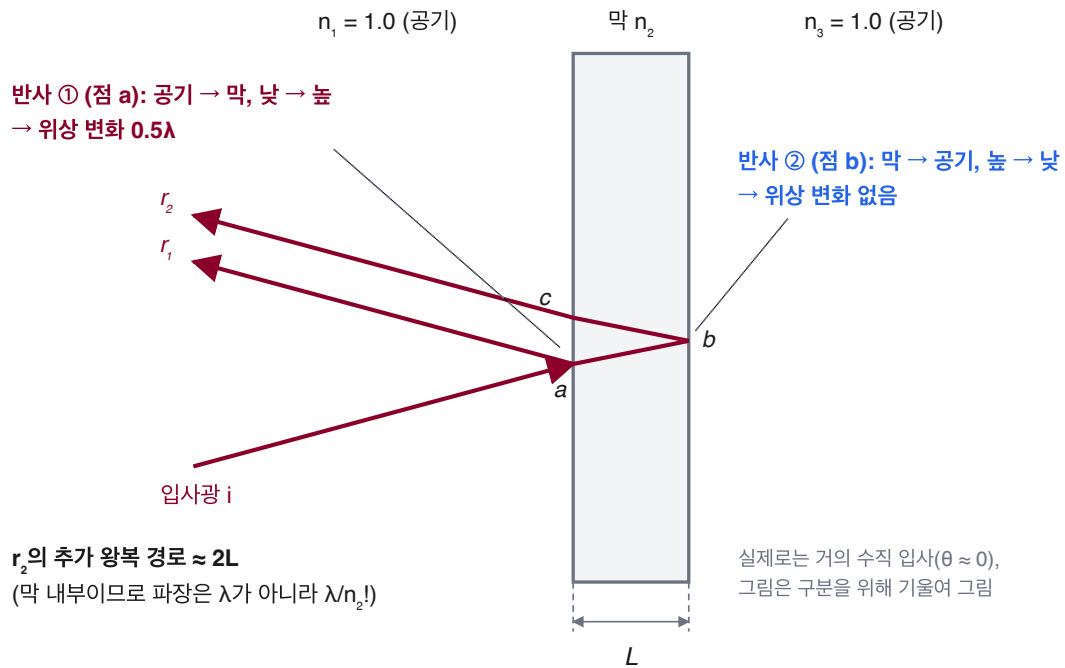
젖은 도로 위 기름막, 비눗방울 표면 — 얇고 투명한 막이 무지개색을 띤다.



- 막의 두께가 가시광 파장(수백 nm)과 비슷할 때 나타난다
- 막의 **앞면에서 반사된 빛** 과 **뒷면에서 반사된 빛** 이 간섭한 결과다
- 두께에 따라 보강되는 색이 달라진다 → 두께가 변하는 곳마다 색이 변한다

박막 간섭의 구조

두께 L , 굴절률 n_2 인 막에 빛이 거의 수직으로 입사한다($\theta \approx 0$).



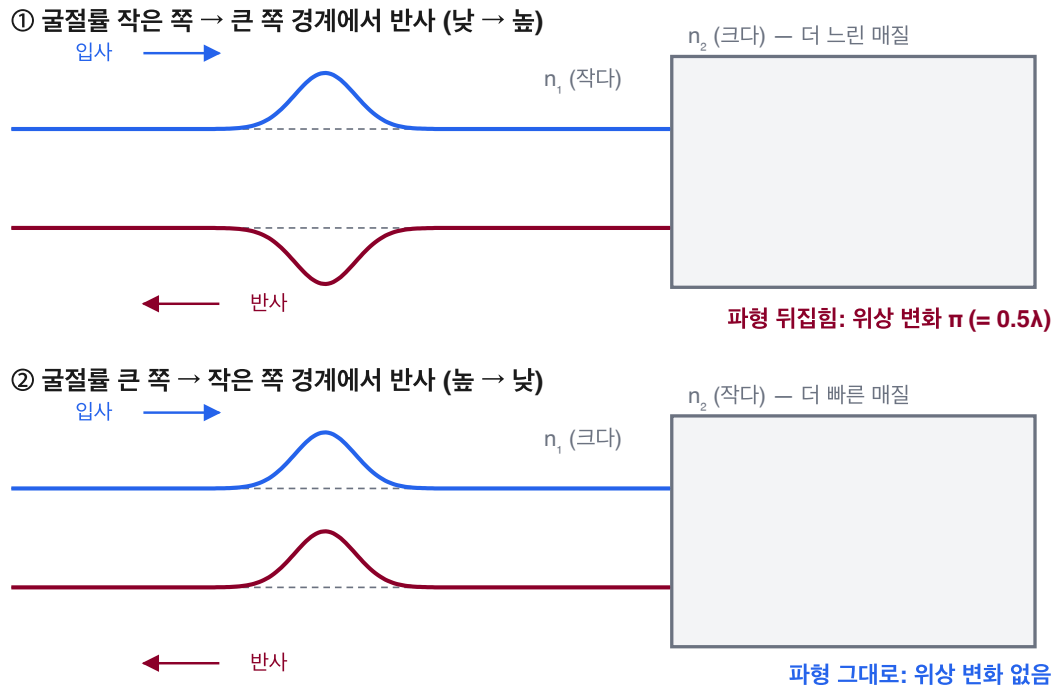
관찰자에게 오는 빛은 두 갈래다:

- r_1 : 앞면(점 a)에서 바로 반사
- r_2 : 막을 뚫고 들어가 뒷면(점 b)에서 반사된 후 다시 나옴 — 왕복 $2L$ 을 더 진행

r_1 과 r_2 의 위상차가 밝기를 결정한다. 그런데 경로차 $2L$ 만으로는 부족하다 — **반사 자체가 위상을 바꿀 수 있기 때문** 이다.

반사에 의한 위상 변화

줄을 타고 가는 펄스가 굽기가 다른 줄의 연결점에서 반사될 때를 떠올리자. 무거운 줄에 부딪히면 펄스가 뒤집혀 돌아오고, 가벼운 줄이면 그대로 돌아온다. 빛도 똑같다.



반사 상황	반사 위상 변화
굴절률 작은 쪽에서 큰 쪽 경계에 반사 (낮→높)	$\pi \text{ rad} = 0.5\lambda$
굴절률 큰 쪽에서 작은 쪽 경계에 반사 (높→낮)	0

암기법: "**higher means half**" — 더 높은 굴절률에 부딪히면 반파장. 굴절(투과)은 위상을 바꾸지 않는다.

위상차를 바꾸는 세 가지 방법

이 장에서 배운, 두 파동의 위상차가 달라지는 세 가지 경로를 정리하자.

1. **반사** — 낮→높 반사마다 0.5λ
2. **경로차** — 서로 다른 거리를 진행 (ΔL)
3. **매질** — 굴절률이 다른 물질 통과 (파장이 λ/n 으로 변함)

박막 간섭에는 이 **세 가지가 모두** 등장한다:

- r_1 과 r_2 의 반사 조건이 다르고
- r_2 는 $2L$ 을 더 가며
- 그 $2L$ 은 굴절률 n_2 인 막 **내부**의 거리다 → 파장 $\lambda_{n2} = \lambda/n_2$ 로 세어야 한다

공기 중 박막: 반사 위상부터 정리

공기($n_1 = 1$) 속의 막($n_2 > 1$), 뒤도 공기($n_3 = 1$)인 경우를 보자. 비눗방울이 정확히 이 상황이다.

	r_1 (앞면 반사)	r_2 (뒷면 반사)
반사 상황	공기→막 (낮→높)	막→공기 (높→낮)
반사 위상 변화	0.5λ	0
추가 경로	—	$2L$ (막 내부)

반사만으로 두 파동은 이미 **반파장 어긋나** 있다. 따라서:

- **밝으려면** : 경로차 $2L$ 이 추가로 반파장의 홀수배를 만들어 총 위상차가 정수 파장이 되어야 한다
- **어두우려면** : $2L$ 이 파장의 정수배여서 반파장 어긋남이 그대로 남아야 한다

공기 중 박막: 조건식 유도

막 내부의 파장은 $\lambda_{n2} = \lambda/n_2$ 이다.

보강 (밝은 막) — $2L$ 이 막 내부 파장의 반홀수배:

$$2L = \frac{\text{홀수}}{2} \times \lambda_{n2} = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{n_2}$$

$$2L = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{n_2}, \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{밝음, 공기 중 막})$$

상쇄 (어두운 막) — $2L$ 이 막 내부 파장의 정수배:

$$2L = m \frac{\lambda}{n_2}, \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{어둠, 공기 중 막})$$

경로차가 정수 파장인데 **어둡다** — 반사 위상 변화 때문에 직관과 반대다.

주의: 공식의 역할이 뒤바뀔 수 있다

위 두 식은 "공기 중의 막"(n_2 가 양옆보다 클 때)에만 그대로 쓸 수 있다. 굴절률 조합이 다른 반사 위상 변화가 달라져 **공식의 역할이 서로 바뀐다**.

굴절률 조합	반사 위상차	$2L = (m + \frac{1}{2})\lambda/n_2$	$2L = m\lambda/n_2$
n_2 가 양쪽보다 큼 (비눗방울)	0.5λ	밝음	어둠
n_2 가 양쪽보다 작음	0.5λ	밝음	어둠
$n_1 < n_2 < n_3$ (코팅 렌즈)	0	어둠	밝음
$n_1 > n_2 > n_3$	0	어둠	밝음

문제를 풀 때는 공식 암기가 아니라, **두 반사 각각의 위상 변화를 표로 정리** 하는 것부터 시작해야 한다.

아주 얇은 막은 항상 어둡다

막이 파장보다 훨씬 얇으면($L < 0.1\lambda$) 경로차 $2L$ 은 무시할 수 있다. 남는 것은 반사 위상 변화뿐:

- 공기 중 막이라면 r_1 과 r_2 는 반사만으로 정확히 반파장 어긋남 → **모든 파장에서 상쇄**
- 이 경우가 어두움 조건의 $m = 0$ 에 해당한다

중력 때문에 비눗물이 아래로 흘러내리면 막의 위쪽이 극도로 얇아진다. 그래서 터지기 직전의 비눗방울 꼭대기는 색이 아니라 **검게** 보인다. 다음에 비눗방울을 보면 확인해 보자.

예제 4: 물막이 가장 밝게 반사하는 파장

공기 중에 떠 있는 두께 $L = 320 \text{ nm}$, 굴절률 $n_2 = 1.33$ 의 물막에 백색광(400~690 nm)이 수직 입사한다. 관찰자에게 가장 밝게 보이는 파장은?

공기 중 막이므로 보강 조건은 $2L = (m + \frac{1}{2})\lambda/n_2$. 이를 λ 에 대해 풀면:

$$\lambda = \frac{2n_2L}{m + \frac{1}{2}} = \frac{(2)(1.33)(320 \text{ nm})}{m + \frac{1}{2}} = \frac{851 \text{ nm}}{m + \frac{1}{2}}$$

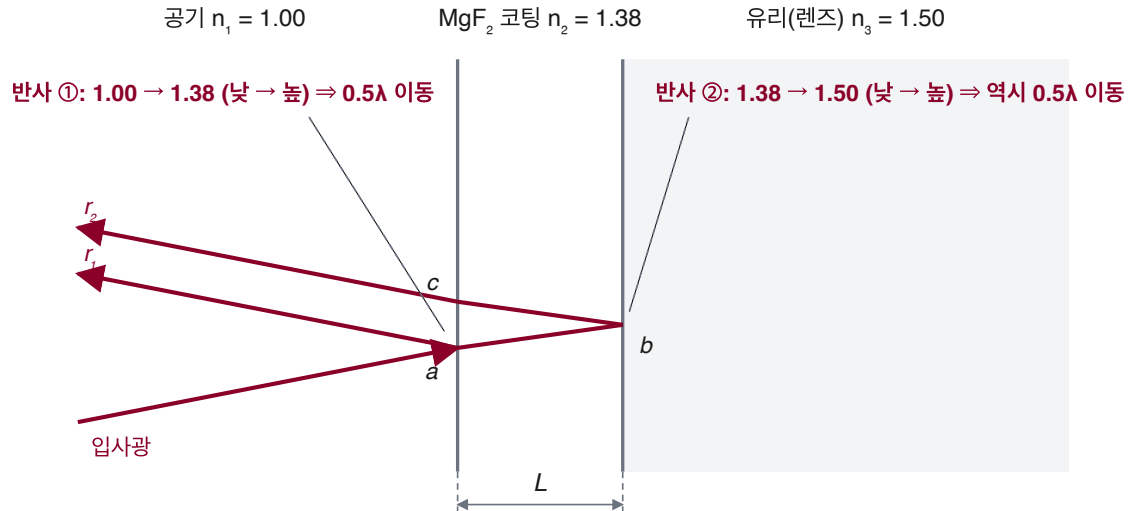
m 값을 하나씩 넣어 본다:

- $m = 0$: $\lambda = 1702 \text{ nm}$ — 적외선 (안 보임)
- $m = 1$: $\lambda = 567 \text{ nm}$ — **가시광! 황록색**
- $m = 2$: $\lambda = 340 \text{ nm}$ — 자외선 (안 보임)

$\lambda = 567 \text{ nm}$

예제 5: 렌즈의 반사 방지 코팅

카메라 렌즈(유리, $n_3 = 1.50$)에 MgF_2 ($n_2 = 1.38$) 막을 입혀 $\lambda = 550 \text{ nm}$ (가시광 중심) 반사를 없애려 한다. 최소 코팅 두께는?



두 반사파 모두 0.5λ 이동 → 반사에 의한 위상차는 0 → 상쇄 조건은 경로차가 결정

$$2L = (m + \frac{1}{2}) \lambda n_2 \rightarrow \text{최소 두께 } L = \lambda / (4n_2)$$

이번에는 $1.00 < 1.38 < 1.50$: 앞면·뒷면 **둘 다** 낮→높 반사라 둘 다 0.5λ 이동 → 반사 위상차는 0. 상쇄시키려면 경로차가 일을 해야 한다:

$$2L = (m + \frac{1}{2}) \frac{\lambda}{n_2} \quad (\text{상쇄 조건이 된다!})$$

최소 두께는 $m = 0$ 일 때:

$$L = \frac{\lambda}{4n_2} = \frac{550 \text{ nm}}{(4)(1.38)} = \boxed{99.6 \text{ nm} \approx 100 \text{ nm}}$$

안경·카메라 렌즈의 보랏빛 반사가 바로 이 코팅이다. 반사가 없어진 에너지는 렌즈 **안으로 투과** 된다.

구조색: 몰포 나비와 위조 방지 잉크



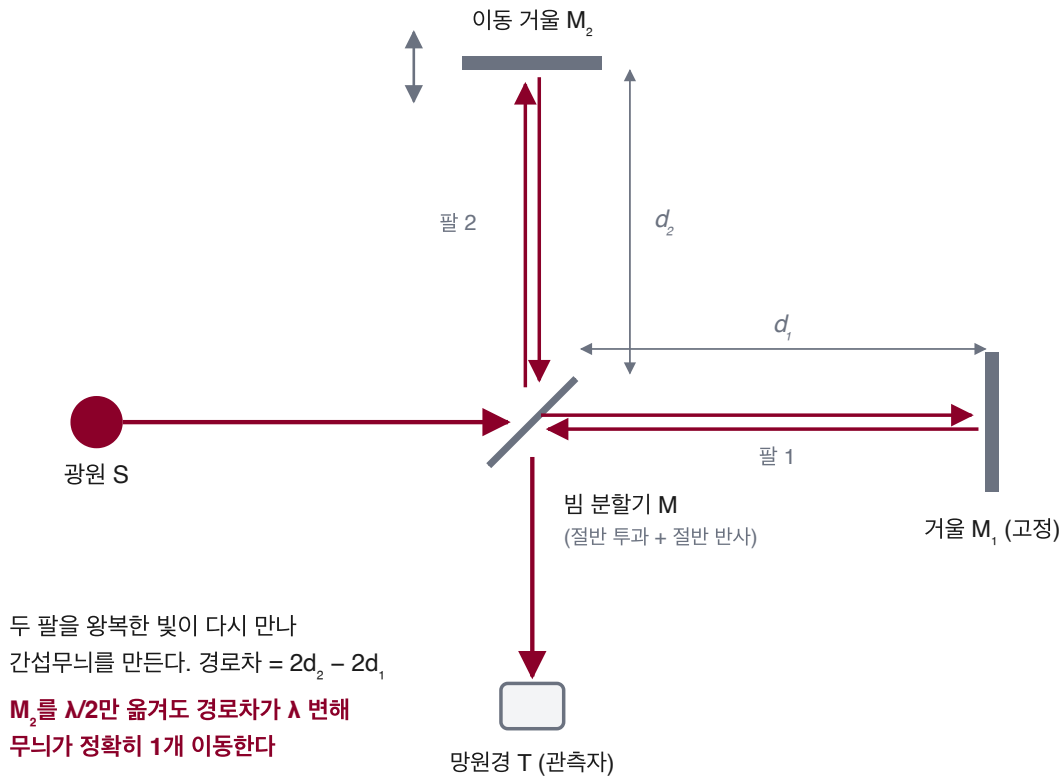
남미의 몰포(Morpho) 나비 날개는 색소가 아니라 날개 표면의 얇은 층상 구조가 만드는 **박막 간섭**으로 파란빛을 낸다.

- 보는 각도가 바뀌면 경로차가 바뀌어 색이 변한다 — **무지갯빛(iridescence)**, 구조색
- 지폐의 색변환 잉크도 같은 원리: $\text{Cr/MgF}_2/\text{Al}$ 다층 박막 조각이 들어 있어 기울이면 색이 변한다
- 복사기는 한 각도의 색만 복제할 수 있으므로 위조가 어렵다

35.5 마이컬슨 간섭계

간섭으로 길이를 재는 장치

간섭계(interferometer) 는 간섭 무늬를 이용해 길이를 극도로 정밀하게 재는 장치다.
1881년 마이컬슨(A. A. Michelson)이 고안했다.



- **빔 분할기(beam splitter)** 가 빛을 절반은 투과, 절반은 반사시켜 둘로 나눈다
- 두 빛은 서로 다른 팔을 왕복한 뒤 다시 합쳐져 망원경으로 들어간다
- 경로차 $2d_2 - 2d_1$ 에 따라 간섭 무늬가 나타난다

무늬 이동으로 길이를 잴다

거울 이동 : 거울 M_2 를 $\frac{\lambda}{2}$ 만큼 옮기면 경로차가 λ 만큼 변하고, 무늬가 정확히 **1개** 이동한다.
무늬 이동 개수를 세면 거리를 λ 단위(~수백 nm!)로 잴 수 있다.

물질 삽입 : 한쪽 팔에 두께 L , 굴절률 n 인 얇은 물질을 넣으면, 왕복 $2L$ 구간의 파장 개수가 달라진다:

$$N_m - N_a = \frac{2Ln}{\lambda} - \frac{2L}{\lambda} = \boxed{\frac{2L}{\lambda}(n - 1)}$$

위상 변화 1파장마다 무늬가 1개씩 이동하므로, 무늬 이동을 세면 L 이나 n 을 구할 수 있다.

빛의 파장이 길이의 표준이 되다

마이컬슨은 이 장치로 당시 파리에 보관된 **표준 미터 원기**의 길이를 카드뮴 빛의 파장으로 측정했다:

$$1\text{ m} = 1\,553\,163.5\text{ 파장}$$

- 이 정밀 측정으로 마이컬슨은 1907년 노벨 물리학상을 받았다
- 이후 미터의 정의 자체가 금속 막대에서 빛 기준으로 바뀌는 길을 열었다 (현재는 광속으로 정의)

인공물이 아닌 **자연 상수**로 단위를 정의하게 된 출발점이다.

LIGO: 마이컬슨 간섭계로 중력파를 듣다

무거운 두 천체가 나선을 그리며 합쳐지면 시공간의 출렁임, **중력파(gravitational wave)**가 퍼져 나온다 (아인슈타인 1916년 예측).

- LIGO는 팔 길이 **4 km** 짜리 거대한 마이컬슨 간섭계다 (미국 2곳)
- 중력파가 지나가면 한 팔은 늘고 다른 팔은 줄며 — 그 변화량은 양성자 반지름의 약 $1/200$
- 이 미세한 경로차 변화가 간섭 무늬(출력 광량)의 변화로 나타난다

2015년 9월, 13억 광년 밖 블랙홀 쌍(질량 $29.36 M_{\odot}$)의 합병이 첫 검출되었고, 2017년 노벨 물리학상으로 이어졌다. 이 장에서 배운 간섭계가 우주를 보는 새로운 눈이 된 것이다.

Review & Summary

핵심 개념

- **하위헌스 원리** : 파면의 모든 점은 잔파의 점광원 — 굴절 법칙 $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$ 가 유도된다
- **매질 속 파장** : $\lambda_n = \lambda/n$ (진동수는 불변) $\rightarrow$ 굴절률이 다른 경로는 위상차 $\frac{L}{\lambda}(n_2 - n_1)$ 을 만든다
- **영의 이중슬릿** : 경로차 $\Delta L = d \sin \theta$ 가 무늬를 결정한다
- **세기** : 위상차 합으로 $I = 4I_0 \cos^2(\phi/2)$, $\phi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta$
- **박막 간섭** : 반사 위상 변화(낮 $\rightarrow$ 높이면 0.5λ) + 막 내부 경로차 $2L$ (파장 λ/n_2)
- **마이컬슨 간섭계** : 무늬 이동 개수로 길이를 파장 단위로 측정

핵심 공식

개념	공식
매질 속 파장	$\lambda_n = \lambda/n$
밝은 무늬 (이중슬릿)	$d \sin \theta = m\lambda$
어두운 무늬 (이중슬릿)	$d \sin \theta = (m + \frac{1}{2})\lambda$
무늬 위치·간격	$y_m = m\lambda D/d, \Delta y = \lambda D/d$
이중슬릿 세기	$I = 4I_0 \cos^2 \frac{\phi}{2}, \phi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta$
박막 (공기 중, 밝음)	$2L = (m + \frac{1}{2})\lambda/n_2$

기억할 것:

- 반사 위상 규칙 "higher means half" — 낮→높 반사만 0.5λ
- 박막 공식은 굴절률 조합에 따라 밝음·어둠의 역할이 바뀐다 — 반드시 반사 표부터
- 간섭은 에너지를 재분배할 뿐, 만들거나 없애지 않는다 (평균은 $2I_0$)