

34장: 상 (거울과 렌즈)

Images

상(image)은 어디에나 있다

- 아침마다 보는 **거울** 속의 나
 - 손가락에 비친 **뒤집힌 얼굴**, 자동차 **사이드미러** 속 작아진 차들
 - 안경, 스마트폰 카메라, 현미경, 망원경 — 전부 **상(image)** 을 만드는 장치다
- 지난 장에서 빛은 전자기파이고, 반사·굴절한다는 것을 배웠다. 이번 장에서는 그 반사와 굴절이 어떻게 물체의 **상** 을 만드는지를 배운다.

이번 장의 도구는 단 두 가지: **반사 법칙** 과 **굴절 법칙(스넬 법칙)**, 그리고 약간의 기하학이다.

이번 장의 로드맵

단계	장치	핵심 공식
1	평면거울	$i = -p$
2	구면거울	$\frac{1}{p} + \frac{1}{i} = \frac{2}{r} = \frac{1}{f}$
3	구면 굴절면	$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{i} = \frac{n_2 - n_1}{r}$
4	얇은 렌즈	$\frac{1}{p} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f}$
5	광학 기기	확대경, 현미경, 망원경

간단한 것에서 복잡한 것으로 — 각 단계는 앞 단계 위에 쌓인다. 마지막에 렌즈 두 개를 조합하면 현미경과 망원경이 된다.

34.1 상과 평면거울

두 종류의 상: 허상과 실상

상(image) 은 빛을 통해 만들어진 물체의 재현이다. 상에는 두 종류가 있다.

- **실상(real image)** : 빛이 **실제로 모여서** 만드는 상. 스크린(종이, 필름, 센서)을 그 자리에 놓으면 상이 맺힌다. 영화관 스크린의 상이 실상이다
- **허상(virtual image)** : 빛이 실제로는 모이지 않고, **모이는 것처럼 보이기만** 하는 상. 눈(시각 시스템)이 있어야만 지각된다. 거울 속의 나는 허상이다

실상은 관찰자가 없어도 그 자리에 존재하지만, 허상은 뇌가 만들어낸 지각이다. 그런데도 우리는 허상이 "그 위치에 있다"고 자연스럽게 말한다.

자연이 만드는 허상: 신기루

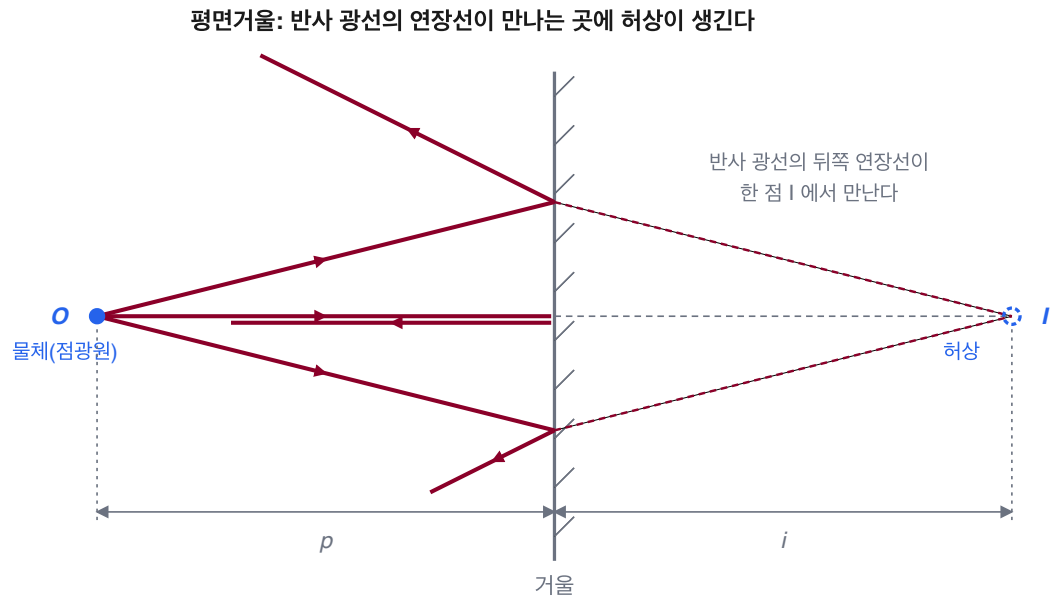
여름날 뜨거운 아스팔트 위, 저 멀리 도로에 **물웅덩이** 가 보이는데 가까이 가면 사라진다. **신기루(mirage)** 다.

- 도로 근처의 공기는 뜨겁다 → 밀도가 낮다 → **굴절률이 작다**
- 하늘에서 내려오던 빛이 점점 굴절률이 작은 공기층을 지나며 **수평 쪽으로 휘고**, 결국 위로 꺾여 올라온다
- 눈은 빛이 **직진해서 왔다고 가정** 하고 광선을 거꾸로 연장한다 → 도로 위에 하늘(푸른색)의 허상이 보인다

물처럼 보이는 것은 사실 **하늘의 허상** 이다. 뜨거운 공기의 요동 때문에 일렁거리어서 더욱 물처럼 보인다.

평면거울: 점광원의 상

점광원 O 가 **평면거울(plane mirror)** 앞 거리 p 에 있다. O 에서 나온 빛은 거울에서 반사되어 퍼져 나간다.



반사 광선들을 거울 **뒤쪽으로 연장** 하면, 연장선들이 한 점 I 에서 만난다. 눈은 반사광이 그 점에서 나온 것으로 지각한다 — 점 I 가 O 의 **허상**이다.

평면거울 공식의 유도: $i = -p$

거울에 수직으로 입사하는 광선(발 b)과, 임의의 각 θ 로 입사하는 광선(입사점 a)을 생각하자.

- 반사 법칙에 의해 입사각과 반사각이 같으므로, 광선 Oa 와 반사 광선의 연장선은 거울면과 **같은 각**을 이룬다
- 삼각형 aOb 와 삼각형 aIb 는 한 변(ab)을 공유하고 대응하는 각이 모두 같다
→ **합동(congruent)**
- 따라서 대응변이 같다:

$$Ib = Ob$$

상은 물체가 거울 앞에 있는 거리만큼 정확히 거울 **뒤에** 있다. 부호 관습으로 물체 거리 p 는 양수, **허상의 상 거리 i 는 음수**로 약속하면:

$i = -p$ (평면거울)

부호 관습, 첫 만남

이번 장 전체를 지배하는 약속이다. 지금 확실히 해 두자.

- **물체 거리** p : 항상 양수 (+)
- **상 거리** i : **실상이면** $i > 0$, **허상이면** $i < 0$
- 평면거울의 상은 항상 허상 $\rightarrow i = -p < 0$

크기와 방향은 어떨까? 화살표 모양의 물체를 평면거울 앞에 세우면:

- 상의 **크기가 물체와 같다** (확대도 축소도 없음)
- 상이 **정립(upright)** — 물체와 같은 방향으로 서 있다
- 흔히 "좌우가 바뀐다"고 말하지만, 실제로 뒤집히는 것은 **앞뒤(깊이 방향)** 다
— 거울 면에 대한 대칭일 뿐이다

거울 미로

놀이공원의 **거울 미로(mirror maze)** 는 평면거울 허상의 놀이터다.

- 사방이 거울이면 반사가 반사를 낳아 **허상의 허상** 이 이어진다
- 실제로는 벽인데 긴 복도가 뻗어 있는 것처럼 보인다 — 광선을 거꾸로 연장하는 뇌의 습관 때문
- 반사를 거듭 추적해 보면, 그 "복도" 끝에 보이는 사람은 바로 **나 자신의 허상** 이다

거울 두 장을 마주 보게 놓으면 상이 무한히 반복되는 것도 같은 원리다. 각 거울이 상대 거울이 만든 허상을 다시 물체로 삼기 때문이다.

34.2 구면거울

평면거울을 구부리면

거울을 구부리면 무슨 일이 일어날까? 구면의 일부로 만든 거울을 **구면거울 (spherical mirror)** 이라 한다.

- 안쪽(오목한 면)이 반사면이면 **오목거울(concave mirror)** — 화장 거울, 면도 거울
- 바깥쪽(볼록한 면)이 반사면이면 **볼록거울(convex mirror)** — 도로 반사경, 자동차 사이드미러



오목거울은 상을 **키우고**, 볼록거울은 상을 **줄이는 대신 시야를 넓힌다**. 이제 그 이유를 기하학으로 밝혀 보자.

구면거울의 기하

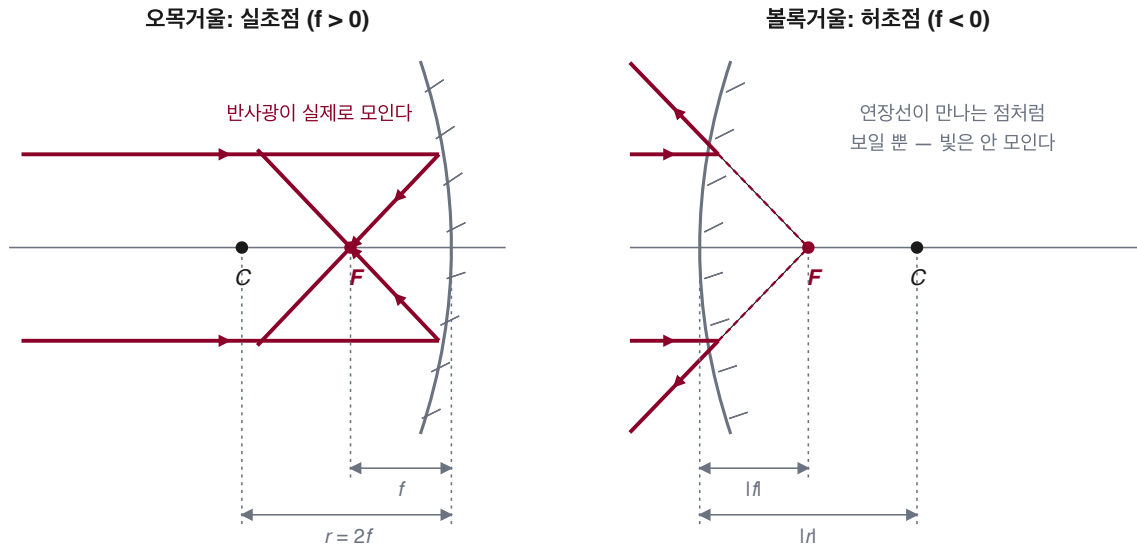
구면거울은 반지름 r 인 구면의 일부다.

- **곡률 중심(center of curvature) C** : 그 구의 중심
- **중심축(central axis)**: C 와 거울 중심 c 를 잇는 직선
- 오목거울: C 가 거울 **앞** (물체 쪽)에 있다 $\rightarrow r > 0$ 으로 약속
- 볼록거울: C 가 거울 **뒤** 에 있다 $\rightarrow r < 0$ 으로 약속

평면거울은 $r \rightarrow \infty$ 인 특별한 경우다. 곡률이 없으니 중심이 무한히 멀다.

초점: 평행 광선을 보내 보면

아주 먼 물체에서 온 빛은 중심축에 **평행한 광선** 으로 거울에 도착한다.



- **오목거울** : 반사광이 축 위의 한 점 F 에 **실제로 모인다** → **실초점(real focal point)**, 초점거리 $f > 0$. 그 자리에 종이를 놓으면 빛이 맏힌다 (돋보기로 종이 태우기의 거울 버전)
- **볼록거울** : 반사광은 퍼지지만, 연장선이 거울 뒤 한 점 F 에서 나온 것처럼 보인다 → **허초점(virtual focal point)**, $f < 0$

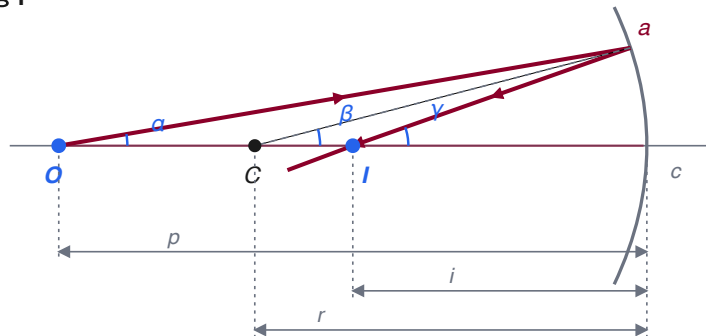
두 경우 모두 초점거리와 곡률 반지름 사이에는 (곧 유도할) 관계가 있다:

$$f = \frac{r}{2}$$

거울 공식의 유도 (1): 기하 설정

중심축 위의 점물체 O 에서 나온 광선이 거울 위의 점 a 에서 반사되어 축 위의 점 I 를 지난다고 하자. 축을 따라간 광선도 반사되어 I 를 지나므로, I 가 O 의 **실상**이다.

(a) 거울 공식의 유도: 점물체 O 의 상 I



(b) 배율의 유도: 꼭짓점 c 에 부딪히는 광선 (입사각 = 반사각)

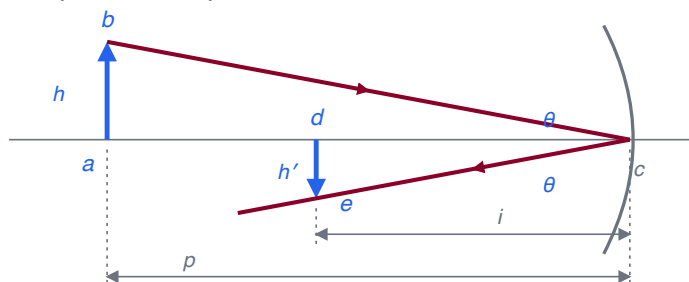


그림 (a)에서 각 α, β, γ 는 각각 O, C, I 에서 광선이 축과 이루는 각이다. **삼각형의 외각은 마주 보는 두 내각의 합**이라는 정리를 쓰자.

- 삼각형 OaC 에서 외각 β : $\beta = \alpha + \theta$
- 삼각형 OaI 에서 외각 γ : $\gamma = \alpha + 2\theta$

(θ 는 a 에서의 입사각 = 반사각이다.)

거울 공식의 유도 (2): 근축 근사

두 식에서 θ 를 소거하자. 첫 식에 2를 곱해 둘째 식을 빼면:

$$2\beta - \gamma = 2(\alpha + \theta) - (\alpha + 2\theta) = \alpha \implies \alpha + \gamma = 2\beta$$

이제 각들을 라디안으로 근사한다. 거울 위 점 a 까지의 호의 길이를 $\widehat{ac}$ 라 하면:

$$\alpha \approx \frac{\widehat{ac}}{p}, \quad \beta = \frac{\widehat{ac}}{r}, \quad \gamma \approx \frac{\widehat{ac}}{i}$$

β 만 정확하다($\widehat{ac}$ 의 중심이 바로 C 이므로). α 와 γ 는 광선이 축에 가까울 때, 즉 **근축 광선(paraxial rays)** 일 때만 좋은 근사다. 대입하고 $\widehat{ac}$ 를 소거하면:

$$\boxed{\frac{1}{p} + \frac{1}{i} = \frac{2}{r}}$$

초점거리와 거울 공식

물체를 무한히 멀리 보내면($p \rightarrow \infty$) 평행 광선이 되고, 상은 초점에 맺힌다($i = f$):

$$\frac{1}{\infty} + \frac{1}{f} = \frac{2}{r} \implies f = \frac{r}{2}$$

따라서 구면거울 공식은:

$$\boxed{\frac{1}{p} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f}} \quad (\text{구면거울, 근축 근사})$$

- 오목거울: $r > 0 \Rightarrow f > 0$, 볼록거울: $r < 0 \Rightarrow f < 0$
- 평면거울: $r \rightarrow \infty \Rightarrow f \rightarrow \infty \Rightarrow i = -p$ — 앞의 결과가 특별한 경우로 포함된다

오목거울의 상: 물체 위치가 전부다

오목거울($f > 0$) 앞에서 물체를 움직여 보자. 물체가 어디 있느냐에 따라 상이 완전히 달라진다.

- **초점 안쪽**($p < f$) : 거울 뒤에 **정립·확대 허상** ($i < 0$). 화장 거울에 얼굴을 가까이 댔을 때
- **초점 위**($p = f$) : $\frac{1}{i} = \frac{1}{f} - \frac{1}{f} = 0 \rightarrow$ 상이 **무한대** 에. 반사광이 평행하게 나간다
- **초점 바깥**($p > f$) : 거울 앞에 **도립 실상** ($i > 0$). 스크린에 맺을 수 있다

한 문장 요약:

거울의 실상은 물체와 **같은 쪽**(거울 앞)에, 허상은 **반대쪽**(거울 뒤)에 생긴다.

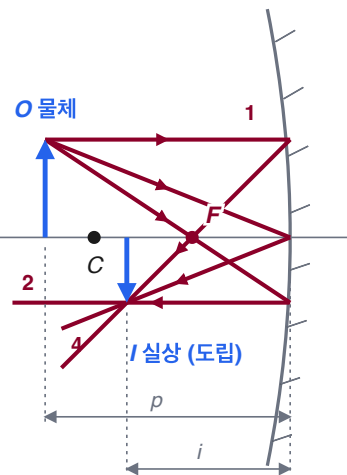
광선 추적 규칙 (거울)

상의 위치를 작도로 찾는 방법이다. 물체 꼭대기에서 나오는 다음 네 광선 중 **아무 두 개** 만 그리면 교점이 상의 꼭대기다.

1. 축에 **평행** 하게 들어간 광선 → 반사 후 초점 F 를 지난다 (볼록거울: F 에서 나온 것처럼)
2. **초점 F 를 지나** 들어간 광선 → 반사 후 축에 평행하게 나간다
3. **곡률 중심 C 를 지나** 들어간 광선 → 거울면에 수직 입사 → 왔던 길로 되돌아간다
4. 거울 **꼭짓점 c** 에 부딪힌 광선 → 축에 대해 대칭으로 반사된다

오목거울: 물체가 초점 밖 ($p > f$) → 도립 실상

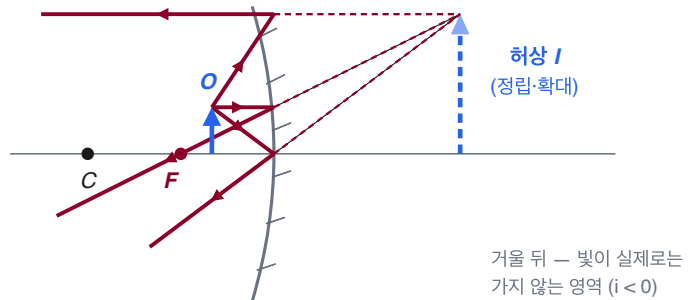
반사 광선이 실제로 한 점에
모인다 → 스크린에 맺을 수
있는 실상 ($i > 0$)



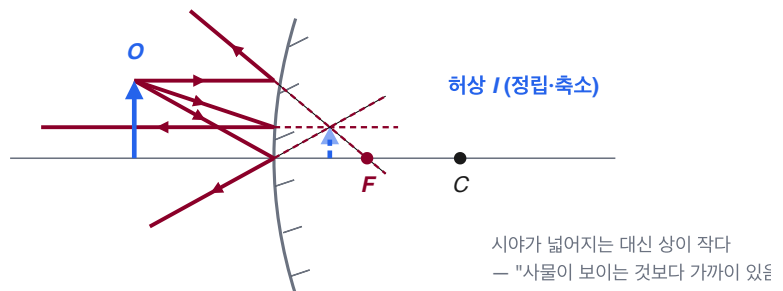
허상이 생기는 두 경우

물체가 오목거울의 초점 안쪽에 있거나, 거울이 볼록거울이면 반사광이 퍼져 나간다. 이때는 반사광의 **뒤쪽 연장선** 이 거울 뒤에서 만난다.

(a) 오목거울, 물체가 F 안쪽 ($p < f$) → 정립·확대 허상 (화장 거울)



(b) 볼록거울: 물체가 어디에 있든 → 정립·축소 허상 (자동차 사이드미러)



- 오목거울 + $p < f$: **정립·확대 허상** — 화장 거울의 원리
- 볼록거울: 물체가 어디에 있든 **정립·축소 허상** — 넓은 시야가 필요한 곳에
사이드미러의 경고문 "사물이 거울에 보이는 것보다 가까이 있음"은 볼록거울의 상이 작아서 멀리 있는 것처럼 **착각** 되기 때문이다.

가로 배율의 유도: $m = -i/p$

상의 크기는 어떻게 될까? 물체 높이를 h , 상 높이를 h' 라 하고 **가로 배율 (lateral magnification)** 을 정의한다:

$$|m| = \frac{h'}{h}$$

유도 다이어그램 (b)를 보자. 꼭짓점 c 에 부딪히는 광선은 축에 대칭으로 반사되므로, 물체 삼각형 abc 와 상 삼각형 dec 는 **닮음** 이다:

$$\frac{de}{ab} = \frac{cd}{ca} \implies \frac{|h'|}{h} = \frac{i}{p}$$

이 비율이 바로 $|m|$ 이다. 도립상(뒤집힌 상)을 음수 배율로 나타내기로 약속하면:

$$m = -\frac{i}{p}$$

- $m > 0$: 정립, $m < 0$: 도립. 평면거울: $i = -p \Rightarrow m = +1$ (같은 크기, 정립) ✓

거울 총정리 표

거울	물체 위치	상 위치	상 종류	방향	f, r	i	m
평면	어디든	뒤	허상	정립	∞	—	+1
오목	$p < f$	뒤	허상	정립	+	—	+, 확대
오목	$p > f$	앞	실상	도립	+	+	—
볼록	어디든	뒤	허상	정립	—	—	+, 축소

시험장에서 부호가 헷갈리면 이 표 한 줄만 떠올리자:

실상 = 같은 쪽 = $i > 0$ = 도립($m < 0$), 허상 = 뒤쪽 = $i < 0$ = 정립($m > 0$) (거울 기준)

예제 1: 오목거울과 볼록거울

(a) 초점거리 $f = +20$ cm인 오목거울 앞 $p = 30$ cm에 물체를 놓았다. 상의 위치와 배율은?

$$\frac{1}{i} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p} = \frac{1}{20} - \frac{1}{30} = \frac{3-2}{60} = \frac{1}{60}$$
$$i = +60 \text{ cm}, \quad m = -\frac{i}{p} = -\frac{60}{30} = -2.0$$

거울 앞 60 cm에 **도립 실상**, 크기는 2배. ($i > 0$ 이므로 실상 ✓)

(b) 같은 물체를 초점거리 $f = -20$ cm인 볼록거울 앞 30 cm에 놓으면?

$$\frac{1}{i} = \frac{1}{-20} - \frac{1}{30} = \frac{-3-2}{60} = -\frac{1}{12} \implies i = -12 \text{ cm}$$
$$m = -\frac{-12}{30} = +0.40$$

거울 뒤 12 cm에 **정립·축소 허상**. 볼록거울은 언제나 이 결론이다.

개념 확인: 어떤 거울일까?

거울에 비친 어떤 물체의 상이 **정립** 이고 크기가 물체의 **0.20배** 다. 초점거리의 크기는 40 cm라고 한다. 이 거울은 오목일까 볼록일까?

- 정립이므로 $m = +0.20 > 0 \rightarrow i = -mp = -0.20p \rightarrow$ **허상**
- 거울 공식에 대입:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{-0.20p} = \frac{1-5}{p} = -\frac{4}{p} \implies f = -\frac{p}{4} < 0$$

- $p > 0$ 이므로 f 는 반드시 음수 $\rightarrow$ **볼록거울**, $f = -40$ cm

정립 허상은 오목($p < f$)도 만들 수 있지만, 오목거울의 정립 허상은 항상 **확대** 된다($m > 1$). **축소된 정립상** 은 볼록거울의 서명이다.

시뮬레이션: 거울·렌즈 광선 추적 — 물체를 움직이며 상의 위치·배율·실상/허상 관찰

34.3 구면 굴절면

반사에서 굴절로

이제 거울(반사) 대신 유리 같은 투명한 물질의 **구면 굴절면(spherical refracting surface)** 을 지나는 빛을 보자.

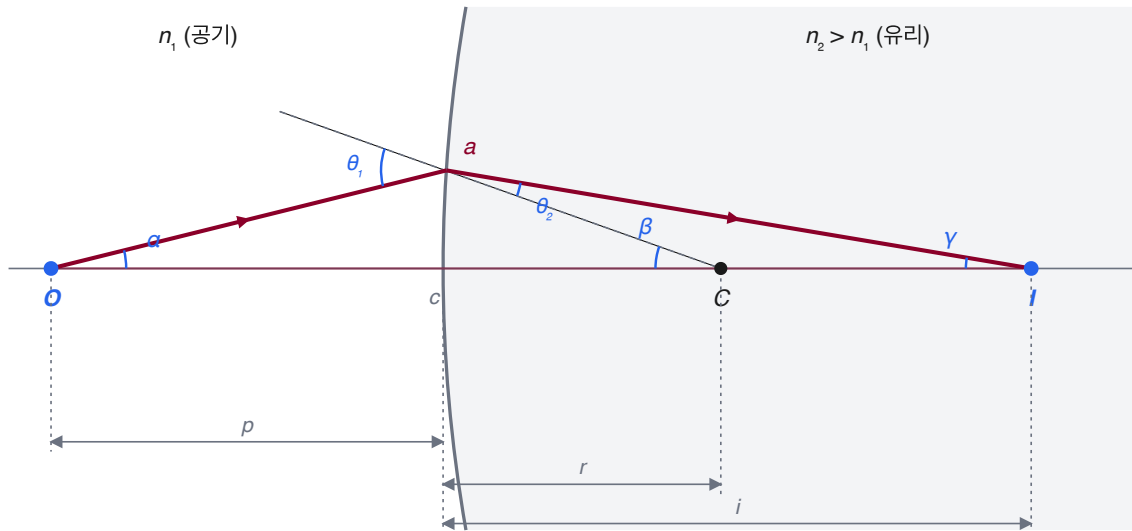
- 굴절률 n_1 인 매질에 물체가 있고, 빛이 반지름 r 인 구면을 지나 굴절률 n_2 인 매질로 들어간다
- 굴절이 광선을 **축 쪽으로** 꺾으면 → 광선이 실제로 모인다 → **실상**
- 굴절이 광선을 **축에서 멀어지게** 꺾으면 → 연장선만 만난다 → **허상**

호박(amber) 속 곤충이 실제 위치와 다른 곳에 보이는 것, 물잔 속 빨대가 꺾여 보이는 것이 모두 이 굴절면 효과다.

굴절면 공식의 유도 (1): 스넬 법칙 + 외각 정리

점물체 O 에서 나온 광선이 굴절면 위의 점 a 에 입사한다. a 에서의 법선은 곡률 중심 C 를 지나는 반지름 방향이다.

구면 굴절면: 굴절이 광선을 중심축 쪽으로 꺾으면 실상이 생긴다



a 에서 스넬 법칙 $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$ 를 쓰고, 근축 광선이므로 $\sin \theta \approx \theta$:

$$n_1 \theta_1 \approx n_2 \theta_2$$

외각 정리를 두 삼각형에 적용하면:

- 삼각형 COa 에서: $\theta_1 = \alpha + \beta$
- 삼각형 ICa 에서: $\beta = \theta_2 + \gamma$

굴절면 공식의 유도 (2)

둘째 식을 $\theta_2 = \beta - \gamma$ 로 정리해 스넬 근사식에 대입하면:

$$n_1(\alpha + \beta) = n_2(\beta - \gamma) \implies n_1\alpha + n_2\gamma = (n_2 - n_1)\beta$$

각들을 호 $\widehat{ac}$ 로 근사한다 (β 만 정확):

$$\alpha \approx \frac{\widehat{ac}}{p}, \quad \beta = \frac{\widehat{ac}}{r}, \quad \gamma \approx \frac{\widehat{ac}}{i}$$

대입하고 $\widehat{ac}$ 를 소거하면:

$$\boxed{\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{i} = \frac{n_2 - n_1}{r}} \quad (\text{구면 굴절면, 근축})$$

$n_1 = n_2$ 면 우변이 0 — 굴절이 없으면 상도 없다. 굴절면이 상을 만드는 원동력은 **굴절률의 차이**다.

굴절면의 부호 관습 — 거울과 반대!

여기서 많은 학생이 넘어진다. 조심하자.

- **r 의 부호** : 물체가 **볼록한 면** 을 마주 보면 $r > 0$, **오목한 면** 을 마주 보면 $r < 0$
 - (거울과 정반대다. 거울은 오목이 $r > 0$ 이었다!)
- **상의 위치** : 실상($i > 0$)은 물체 **반대쪽** (굴절 후 빛이 진행하는 쪽), 허상($i < 0$)은 물체와 **같은 쪽**
 - (이것도 거울과 반대다. 빛이 거울에서는 되돌아오고, 굴절면에서는 통과하기 때문)

p 는 여전히 양수, i 는 실상 양수·허상 음수 — 이 틀은 변하지 않는다. 달라지는 것은 "실상이 어느 쪽이냐"뿐이다.

예제 2: 물은 얼마나 얇아 보이나 (겉보기 깊이)

수영장 바닥($p = 1.0$ m 깊이)의 동전을 수면 바로 위에서 내려다본다. 동전은 얼마나 깊이 있는 것처럼 보일까? (물 $n_1 = 1.33$, 공기 $n_2 = 1.00$)

수면은 **평평한 굴절면**, 즉 $r \rightarrow \infty$ 인 경우다:

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{i} = \frac{n_2 - n_1}{\infty} = 0 \quad \Longrightarrow \quad i = -\frac{n_2}{n_1} p$$

값을 넣으면:

$$i = -\frac{1.00}{1.33}(1.0 \text{ m}) = -0.75 \text{ m}$$

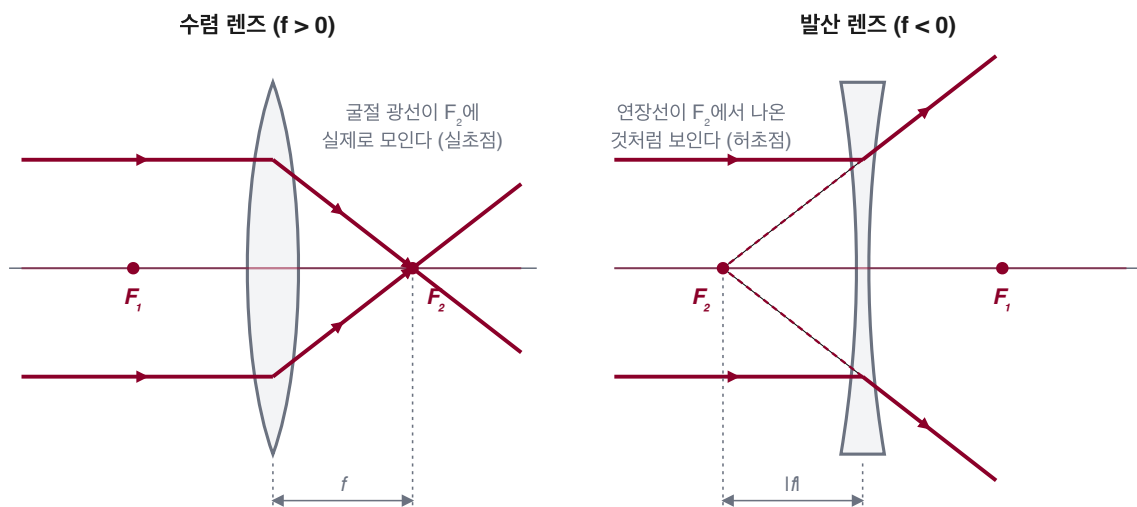
$i < 0$: 물체와 **같은 쪽**(물속)에 생기는 **허상** 이다. 동전은 실제 깊이의 3/4인 **75 cm 깊이**에 **떠 보인다**. 물속 물체가 얇아 보이고, 계곡물이 만만해 보이는 이유다.

34.4 얇은 렌즈

렌즈: 굴절면 두 개를 겹치면

렌즈(lens) 는 두 굴절면이 같은 중심축을 공유하는 투명한 물체다. 빛은 들어갈 때 한 번, 나올 때 한 번 — **두 번 굴절** 한다.

- 평행 광선을 모으는 렌즈 → **수렴 렌즈(converging lens)** : 가운데가 두껍다
- 평행 광선을 퍼뜨리는 렌즈 → **발산 렌즈(diverging lens)** : 가운데가 얇다



- 수렴 렌즈: 실초점 F_2 에 빛이 실제로 모인다 → $f > 0$. 초점은 렌즈 양쪽에 대칭으로 두 개(F_1, F_2) 있다
- 발산 렌즈: 연장선이 허초점에서 나오는 것처럼 보인다 → $f < 0$

여기서는 **얇은 렌즈(thin lens)** — 두께가 p, i, f 에 비해 무시할 만한 렌즈 — 만 다룬다.

얇은 렌즈 공식의 유도 (1): 첫 번째 면

두께 L 인 유리 렌즈(굴절률 n)를 생각하자. 왼쪽 면의 반지름을 r' , 오른쪽 면의 반지름을 r'' 라 한다. 물체 O' 는 왼쪽 면 앞 p' 에 있다.

첫 번째 면(공기 $\rightarrow$ 유리)에 굴절면 공식을 적용한다. $n_1 = 1, n_2 = n$:

$$\frac{1}{p'} + \frac{n}{i_1} = \frac{n-1}{r'}$$

물체가 면에 가까우면 이 면은 **허상**을 만든다. 허상이므로 $i_1 = -i'$ ($i' > 0$)로 두면:

$$\frac{1}{p'} - \frac{n}{i'} = \frac{n-1}{r'} \quad (1)$$

얇은 렌즈 공식의 유도 (2): 두 번째 면

두 번째 면이 보는 "물체"는 첫 번째 면이 만든 그 허상이다. 허상은 렌즈 왼쪽 i' 에 있고, 면 사이 거리가 L 이므로 두 번째 면 기준 물체 거리는:

$$p'' = i' + L$$

두 번째 면(유리 $\rightarrow$ 공기)에 굴절면 공식을 적용한다. $n_1 = n, n_2 = 1$:

$$\frac{n}{i' + L} + \frac{1}{i''} = \frac{1 - n}{r''}$$

얇은 렌즈 근사 $L \rightarrow 0$ 을 쓰면:

$$\frac{n}{i'} + \frac{1}{i''} = -\frac{n - 1}{r''} \quad (2)$$

얇은 렌즈 공식의 유도 (3): 합치기

식 (1)과 (2)를 더하면 n/i' 가 소거된다:

$$\frac{1}{p'} + \frac{1}{i''} = (n - 1) \left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{r''} \right)$$

$p' \rightarrow p, i'' \rightarrow i, r' \rightarrow r_1, r'' \rightarrow r_2$ 로 표기를 바꾸고, $p \rightarrow \infty$ 일 때 $i = f$ 가 되어야 하므로:

$$\boxed{\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)} \quad (\text{렌즈 제작자 공식})$$

$$\boxed{\frac{1}{p} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f}} \quad (\text{얇은 렌즈})$$

거울 공식과 **완전히 같은 꼴**이다. r_1 은 물체에 **가까운 면**, r_2 는 먼 면의 곡률 반지름이고, 부호는 굴절면 규칙(볼록을 마주 보면 +)을 따른다.

부호 일관성 체크: 양볼록 렌즈

가운데가 볼록한 렌즈가 정말 $f > 0$ 이 되는지 확인해 보자.

- 물체는 왼쪽에서 렌즈의 **볼록한 왼쪽 면**을 마주 본다 $\rightarrow r_1 > 0$
- 물체 쪽에서 보면 오른쪽 면은 **오목하게** 마주 본다 $\rightarrow r_2 < 0$
- 따라서 $\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} = \frac{1}{(+)} - \frac{1}{(-)} > 0$, 그리고 $n > 1$ 이므로 $(n - 1) > 0$

$$\Rightarrow \frac{1}{f} > 0 \quad \checkmark$$

양볼록 렌즈는 수렴 렌즈($f > 0$), 같은 논리로 양오목 렌즈는 $r_1 < 0, r_2 > 0$ 이라 발산 렌즈($f < 0$)가 된다. 부호 체계가 스스로 아귀가 맞는다.

렌즈의 상: 어디에 생기나

렌즈에서는 빛이 **통과** 하므로 실상의 위치가 거울과 반대다.

렌즈의 실상($i > 0$)은 물체 **반대쪽** 에, 허상($i < 0$)은 물체와 **같은 쪽** 에 생긴다.

수렴 렌즈($f > 0$)는 오목거울과 판박이로 행동한다:

- $p > f$: 반대쪽에 **도립 실상** — 카메라, 프로젝터
- $p < f$: 같은 쪽에 **정립·확대 허상** — 돋보기
- $p = f$: 상이 무한대에

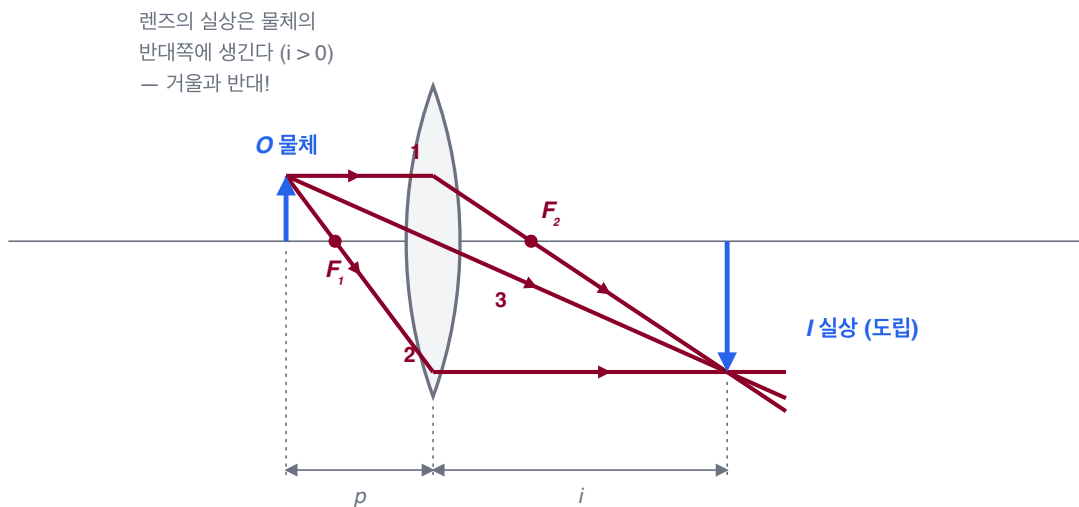
발산 렌즈($f < 0$)는 볼록거울과 판박이: 물체가 어디 있든 **정립·축소 허상** 뿐이다.

광선 추적 규칙 (렌즈)

렌즈는 세 광선이면 충분하다. 물체 꼭대기에서:

1. 축에 **평행** 하게 들어간 광선 → 굴절 후 초점 F_2 를 지난다 (발산: F_2 에서 나온 것처럼)
2. **초점 F_1 을 지나** 들어간 광선 → 굴절 후 축에 평행하게 나간다
3. 렌즈 **중심** 을 향한 광선 → 방향이 꺾이지 않고 직진한다 (중심 부근 양면이 거의 평행하므로)

수렴 렌즈: 물체가 F_1 밖 ($p > f$) → 반대쪽에 도립 실상

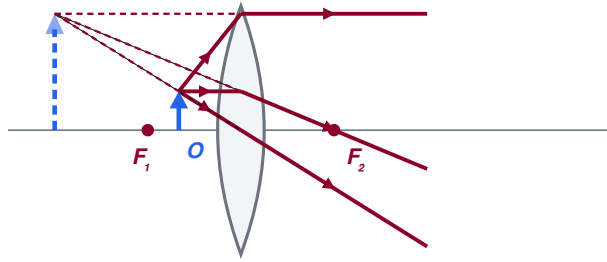


세 광선이 한 점에서 만난다 — 아무 두 개만 그려도 상을 찾을 수 있다.

렌즈의 허상 두 경우

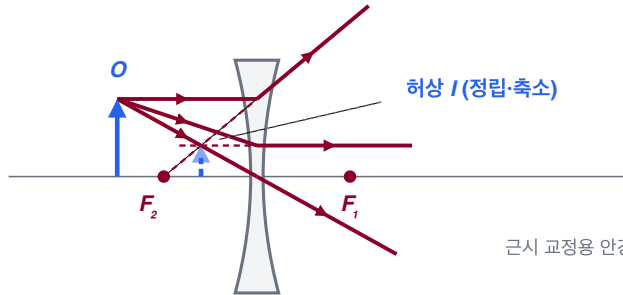
(a) 수렴 렌즈, 물체가 F_1 안쪽 ($p < f$) → 정립·확대 허상 (돋보기)

허상 I (정립·확대)



(b) 발산 렌즈: 물체가 어디에 있든 → 정립·축소 허상

허상 I (정립·축소)



근시 교정용 안경이 발산 렌즈다

굴절 광선들이 퍼져 나가면 뒤쪽 연장선의 교점에 **허상** 이 생긴다. 수렴 렌즈에 물체를 바짝 대면(위) 확대 허상 — 돋보기. 발산 렌즈(아래)는 항상 축소 허상 — 근시 교정 안경.

렌즈 총정리 표

배율 공식은 거울과 동일하다: $|m| = h'/h$, $m = -i/p$.

렌즈	물체 위치	상 위치	상 종류	방향	i	m
수렴 ($f > 0$)	$p > f$	반대쪽	실상	도립	+	-
수렴 ($f > 0$)	$p < f$	같은 쪽	허상	정립	-	+, 확대
발산 ($f < 0$)	어디든	같은 쪽	허상	정립	-	+, 축소

거울 표와 나란히 놓고 보면: **종류·방향· m 의 패턴은 같고, "어느 쪽이냐"만 뒤집혔다.**

예제 3: 사마귀와 렌즈 제작자 공식

대칭 얇은 렌즈(양면의 반지름 크기가 같음, $n = 1.65$) 앞 $p = 20$ cm에 사마귀가 있다. 렌즈가 만드는 상의 배율이 $m = -0.25$ 였다. 렌즈의 초점거리와 면의 반지름을 구하라.

상 거리 : $m = -i/p$ 에서

$$i = -mp = -(-0.25)(20) = +5.0 \text{ cm} \quad (\text{실상, 도립})$$

초점거리 : 얇은 렌즈 공식에서

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{i} = \frac{1}{20} + \frac{1}{5.0} = \frac{1+4}{20} = \frac{1}{4.0} \quad \Rightarrow \quad f = +4.0 \text{ cm}$$

$f > 0$: 실상을 만들 수 있는 것은 수렴 렌즈뿐이니 앞뒤가 맞다.

예제 3 (계속): 반지름 구하기

대칭 양볼록 렌즈이므로 $r_1 = +r, r_2 = -r$. 렌즈 제작자 공식에 대입:

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = (n - 1) \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r} \right) = \frac{2(n - 1)}{r}$$

r 에 대해 풀면:

$$r = 2(n - 1)f = 2(1.65 - 1)(4.0 \text{ cm}) = (1.30)(4.0 \text{ cm}) = 5.2 \text{ cm}$$

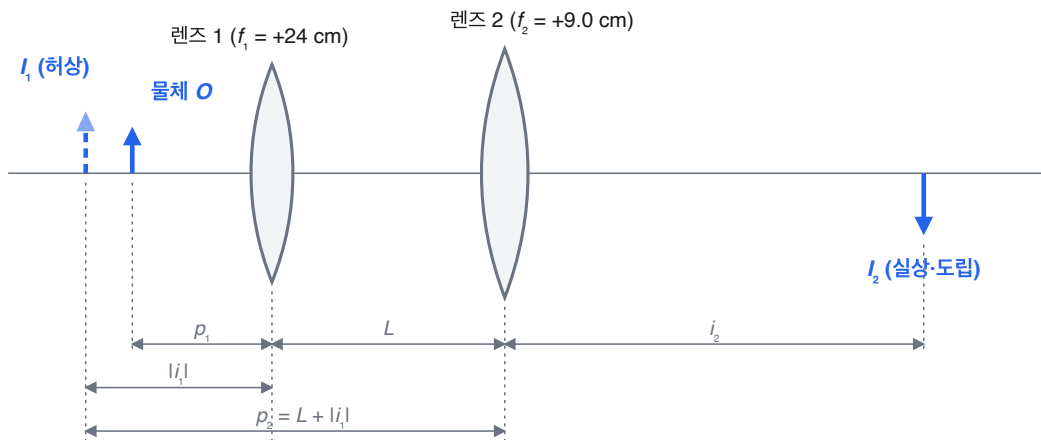
굴절률이 클수록($n \uparrow$) 같은 초점거리를 **덜 볼록한** 면으로 만들 수 있다. 고굴절률 안경 렌즈가 얇은 이유가 바로 이것이다.

두 렌즈 조합: 원리

렌즈 1, 렌즈 2가 공통 중심축 위에 있고 물체는 렌즈 1 앞에 있다. 전략은 단순하다:

두 렌즈 조합: 렌즈 1의 상 I_1 이 렌즈 2의 물체가 된다

- ① 렌즈 2를 가리고 렌즈 1만 계산 → 상 I_1 (여기서는 허상)
- ② 렌즈 1을 가리고, I_1 을 물체 삼아 렌즈 2를 계산 → 최종 상 I_2 , 전체 배율 $M = m_1 m_2$



- **1단계** : 렌즈 2를 무시하고, 렌즈 1이 만드는 상 I_1 을 계산한다
- **2단계** : 렌즈 1을 무시하고, I_1 을 **렌즈 2의 물체**로 삼아 최종 상 I_2 를 계산한다
- I_1 이 렌즈 2 **뒤에** 생기면 p_2 를 음수로 놓는다 (허물체)

전체 배율은 각 배율의 **곱**이다:

$$M = m_1 m_2$$

$M > 0$ 이면 최종 상이 정립, $M < 0$ 이면 도립이다.

예제 4: 두 렌즈가 만드는 상

초점거리 $f_1 = +24 \text{ cm}$, $f_2 = +9.0 \text{ cm}$ 인 두 수렴 렌즈가 $L = 10 \text{ cm}$ 떨어져 있다. 작은 씨앗이 렌즈 1 앞 $p_1 = 6.0 \text{ cm}$ 에 있다. 최종 상은 어디에?

렌즈 1 ($p_1 = 6.0 < f_1$ 이므로 허상이 예상된다):

$$\frac{1}{i_1} = \frac{1}{24} - \frac{1}{6.0} = \frac{1 - 4}{24} = -\frac{1}{8.0} \implies i_1 = -8.0 \text{ cm}$$

렌즈 1 왼쪽 8.0 cm의 허상. $m_1 = -i_1/p_1 = 8.0/6.0 = +1.33$ (정립).

렌즈 2: 이 허상이 물체다. 렌즈 2까지의 거리는

$$p_2 = L + |i_1| = 10 + 8.0 = 18 \text{ cm}$$

예제 4 (계속): 최종 상

$p_2 = 18 \text{ cm}$ 는 $f_2 = 9.0 \text{ cm}$ 의 바깥이므로 실상이 예상된다:

$$\frac{1}{i_2} = \frac{1}{9.0} - \frac{1}{18} = \frac{2 - 1}{18} = \frac{1}{18} \implies i_2 = +18 \text{ cm}$$

렌즈 2 오른쪽 18 cm에 **실상**. $m_2 = -i_2/p_2 = -18/18 = -1.0$.

전체 배율:

$$M = m_1 m_2 = (+1.33)(-1.0) = -1.3$$

최종 상은 **도립**, 크기는 물체의 1.3배다. 렌즈를 하나씩 차례로 처리하는 이 방법은 렌즈가 몇 개든, 거울이 섞여 있든 똑같이 통한다.

34.5 광학 기기

눈과 근점

물체를 자세히 보고 싶으면 눈에 가까이 가져온다 — 가까울수록 망막에 맺히는 상이 커지니까. 그런데 한계가 있다.

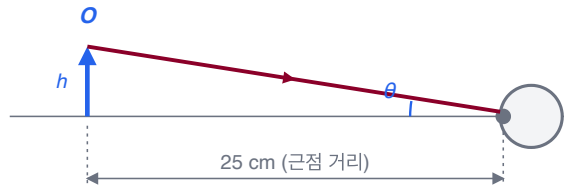
- 눈이 초점을 맞출 수 있는 가장 가까운 거리를 **근점(near point)** P_n 이라 한다
- 근점보다 가까우면 상이 흐려진다
- 나이가 들수록 근점이 멀어진다 (10대: ~10 cm, 50대: 40 cm 이상) — 노안의 정체
- 표준값으로 **25 cm** 를 쓴다

물체가 근점에 있을 때 눈이 보는 각 θ 가, 맨눈으로 얻을 수 있는 **최대 시야각** 이다. 더 크게 보고 싶다면? 렌즈의 도움이 필요하다.

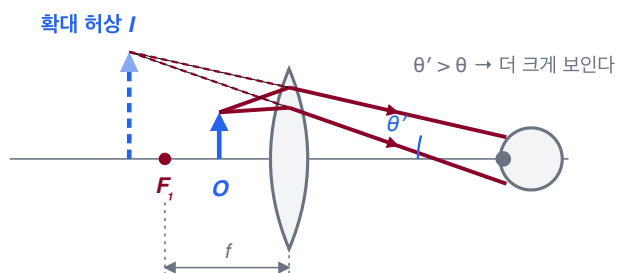
확대경: 각배율의 유도

물체를 수렴 렌즈의 **초점 바로 안쪽**에 놓으면, 멀리에 크고 정립인 허상이 생긴다. 눈은 그 허상을 편안하게 본다.

(a) 맨눈: 물체를 근점(25 cm)까지 당겨 볼 때 시야각 θ 가 최대



(b) 확대경: 물체를 초점 안쪽($p \leq f$)에 두면 멀리 있는 큰 허상을 본다



각배율(angular magnification)은 각의 비율이다: $m_\theta = \theta' / \theta$. 물체 높이를 h 라 하면, 작은 각 근사에서

$$\theta \approx \frac{h}{25 \text{ cm}} \quad (\text{근점의 맨눈}), \quad \theta' \approx \frac{h}{f} \quad (\text{초점 근처의 물체})$$

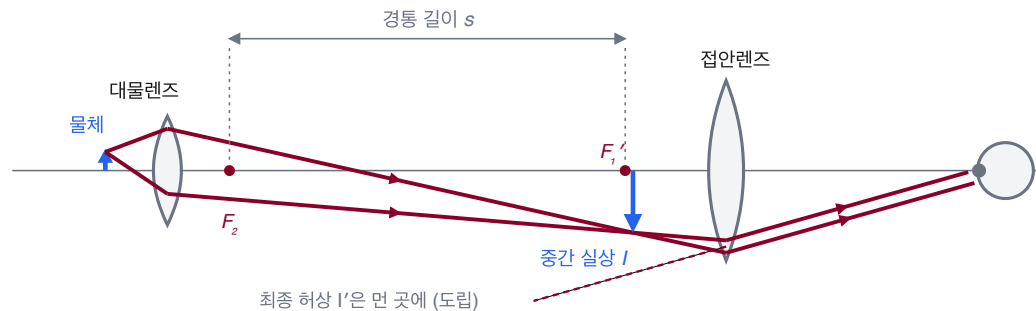
$$\boxed{m_\theta = \frac{\theta'}{\theta} \approx \frac{25 \text{ cm}}{f}} \quad (\text{확대경})$$

f 가 짧을수록 크게 보인다. $f = 5 \text{ cm}$ 짜리 돋보기면 $m_\theta = 5$ 배.

복합 현미경

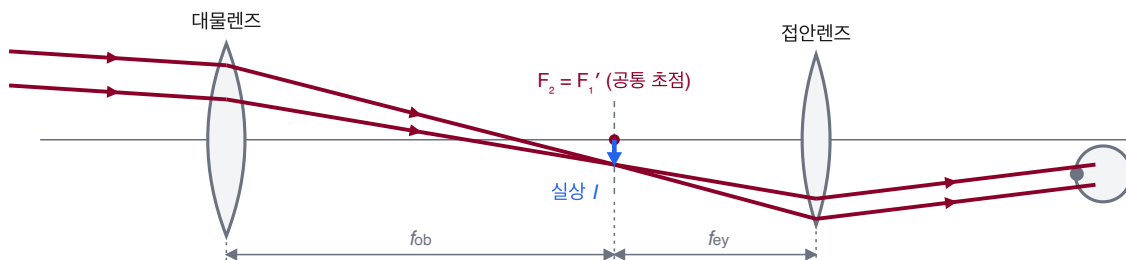
아주 작은 것을 보려면 렌즈 하나로는 부족하다. **복합 현미경(compound microscope)**은 두 단계로 확대한다.

(a) 복합 현미경: 대물렌즈의 확대 실상을 접안렌즈(확대경)로 다시 확대



(b) 굴절 망원경: 대물렌즈의 초점과 접안렌즈의 초점이 겹친다 (경통 간격 = $f_{ob} + f_{ey}$)

먼 물체에서 온 평행 광선



- **대물렌즈(objective, f_{ob})**: 물체를 F_1 바로 밖에 놓아 크게 확대된 **도립 실상 I**를 만든다
- **접안렌즈(eyepiece, f_{ey})**: 그 실상을 자기 초점 바로 안쪽에 받아 **확대경**으로 다시 확대한다

현미경의 배율

대물렌즈의 가로 배율: 상이 경통 길이 s 만큼 떨어져 맺히므로 $i \approx s, p \approx f_{\text{ob}}$:

$$m = -\frac{i}{p} \approx -\frac{s}{f_{\text{ob}}}$$

접안렌즈는 확대경이므로 각배율 $m_{\theta} = 25 \text{ cm}/f_{\text{ey}}$. 전체 배율은 곱:

$$M = m m_{\theta} = -\frac{s}{f_{\text{ob}}} \cdot \frac{25 \text{ cm}}{f_{\text{ey}}} \quad (\text{현미경})$$

간단 계산: $f_{\text{ob}} = 4.0 \text{ cm}$, $f_{\text{ey}} = 8.0 \text{ cm}$, 렌즈 간격 25 cm 면 $s = 25 - 4.0 - 8.0 = 13 \text{ cm}$:

$$M = -\frac{13}{4.0} \times \frac{25}{8.0} \approx -10 \quad (\text{도립, 약 10배})$$

굴절 망원경

굴절 망원경(refracting telescope) 도 대물렌즈 + 접안렌즈 구조지만, 목표가 반대다: 아주 **멀리 있는 큰 물체** 를 본다.

- 먼 물체의 평행 광선이 대물렌즈의 초점면에 도립 실상 I 를 만든다
- 망원경은 대물렌즈의 초점 F_2 와 접안렌즈의 초점 F'_1 을 **일치** 시킨다 (현미경은 s 만큼 떨어뜨렸다)
- 접안렌즈를 나온 평행광이 눈에 들어온다

각배율: 상 높이 h' 에 대해 $\theta_{\text{ob}} \approx h'/f_{\text{ob}}, \theta_{\text{ey}} \approx h'/f_{\text{ey}}$ 이므로

$$\boxed{m_{\theta} = -\frac{f_{\text{ob}}}{f_{\text{ey}}}} \quad (\text{망원경})$$

대물렌즈는 초점거리가 **길수록**, 접안렌즈는 **짧을수록** 배율이 커진다.

망원경 설계는 배율이 전부가 아니다

배율은 망원경 성능의 일부일 뿐이다. 천체 망원경이 정작 중요하게 여기는 것:

- **집광력(light-gathering power)** : 어두운 은하를 보려면 대물렌즈(거울)의 **지름** 이 커야 한다
- **분해능(resolving power)** : 가까이 붙은 두 별을 구별하는 능력
- **구면 수차(spherical aberration)** : 구면 렌즈는 축에서 먼 광선을 정확히 한 점에 못 모은다 — 근축 근사가 깨지는 것
- **색 수차(chromatic aberration)** : 굴절률이 파장마다 달라 색깔별로 초점이 어긋난다

색 수차가 없는 **반사식(거울) 망원경** 이 대형 망원경의 표준인 이유다. 제임스 웹 우주망원경의 지름 6.5 m 주경도 오목거울이다.

Review & Summary

핵심 개념

- **실상**($i > 0$) 은 빛이 실제로 모여 스크린에 맺을 수 있고, **허상**($i < 0$) 은 연장선의 교점으로 눈에만 보인다
- 위치 규칙: **거울** 은 실상이 물체와 같은 쪽, **렌즈·굴절면** 은 실상이 반대쪽
- 모든 상 공식은 **근축 근사** (축에 가까운 광선)에서 성립한다
- 광선 추적: 거울은 4개($\parallel$, F , C , 꼭짓점), 렌즈는 3개($\parallel$, F , 중심) 중 **두 개** 면 상을 찾는다
- 배율: $m = -i/p$ ($m > 0$ 정립, $m < 0$ 도립), 여러 요소 조합이면 $M = m_1 m_2$
- 광학 기기는 "실상을 만들고(대물), 그 상을 확대경으로 본다(접안)"는 한 문장으로 요약된다

핵심 공식 모음

대상	공식	부호 요점
평면거울	$i = -p$	항상 허상, $m = +1$
구면거울	$\frac{1}{p} + \frac{1}{i} = \frac{2}{r} = \frac{1}{f}$	오목 $f > 0$, 볼록 $f < 0$
구면 굴절면	$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{i} = \frac{n_2 - n_1}{r}$	볼록 마주 보면 $r > 0$
얇은 렌즈	$\frac{1}{p} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$	수렴 $f > 0$, 발산 $f < 0$
배율	$m = -\frac{i}{p}, M = m_1 m_2$	$ m = h'/h$
광학 기기	$m_\theta = \frac{25 \text{ cm}}{f}, M = -\frac{s}{f_{\text{ob}}} \frac{25 \text{ cm}}{f_{\text{ey}}}, m_\theta = -\frac{f_{\text{ob}}}{f_{\text{ey}}}$	확대경 · 현미경 · 망원경

기억할 것:

- p 는 항상 +, 실상 $i > 0$, 허상 $i < 0$ — 어디서나 통하는 뼈대
- 거울과 굴절면(렌즈)의 r 부호 규칙은 서로 **반대** 다
- 다음 장: 광선으로 다 설명되지 않는 빛 — **간섭(interference)** 으로 간다