

28장: 자기장

Magnetic Fields

자석은 어디에나 있다

지금까지는 전하가 만드는 **전기장(electric field)** 을 공부했다. 이제 **자기장(magnetic field)** 의 차례다.

- 냉장고 문을 닫아 주는 고무 자석, 스마트폰의 스피커와 진동 모터
- 하드디스크의 데이터 기록, 지하철·KTX·전기차의 모터
- 병원의 MRI(자기공명영상) 장치
- 나침반 바늘을 돌리는 지구 자기장, 극지방의 오로라

이 모든 것의 중심에 자기장 $\vec{B}$ 가 있다. 이번 강의 출발 질문: **자기장이란 무엇이고, 어떻게 정의하는가?**

이번 장의 세 가지 핵심 결론

1. 자기장은 움직이는 전하가 받는 힘으로 정의된다

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$

2. 균일 자기장에 수직으로 입사한 하전입자는 원운동을 한다

$$r = \frac{mv}{|q|B}, \quad T = \frac{2\pi m}{|q|B}$$

3. 전류가 흐르는 도선은 힘을, 전류 고리는 토크를 받는다

$$\vec{F}_B = i\vec{L} \times \vec{B}, \quad \vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

28.1 자기장과 $\vec{B}$ 의 정의

무엇이 자기장을 만드는가?

전기장 $\vec{E}$ 는 전하가 만든다. 그렇다면 자기장도 "자기 전하"가 만들까?

- **자기 홀극(magnetic monopole)** — N극 또는 S극만 따로 있는 입자 — 은 일부 이론에서 예측되지만 **한 번도 발견된 적이 없다**
- 자기장을 만드는 방법은 두 가지뿐이다:
 1. **움직이는 전하(전류)** — 도선에 전류를 흘려 만드는 **전자석(electromagnet)** (29장)
 2. 전자 같은 기본 입자의 **고유(intrinsic) 자기장** — 이것들이 합쳐진 것이 **영구자석(permanent magnet)** (32장)

이번 장에서는 자기장이 "무엇을 하는지", 즉 자기장 속 전하와 전류가 받는 힘을 다룬다.

자기장 $\vec{B}$ 를 어떻게 정의할까

전기장은 정지한 시험전하로 정의했다: $\vec{E} = \vec{F}_E/q$. 자기 홀극이 없으므로 자기장은 **움직이는 시험전하가 받는 힘** 으로 정의한다.

어떤 점에 대전입자를 여러 방향, 여러 속력으로 쏘아 보내면:

- 특정한 **한 축** 방향으로 쏘면 힘이 0이다
- 다른 방향에서는 힘의 크기가 $v \sin \phi$ 에 비례한다 (ϕ : 그 축과 $\vec{v}$ 사이 각)
- 힘의 방향은 항상 $\vec{v}$ 에 수직이다

이 관찰은 정확히 **벡터 외적(cross product)** 의 구조다. 힘이 0이 되는 축의 방향을 $\vec{B}$ 의 방향으로 정의한다.

자기력의 정의식

실험 결과를 하나의 벡터식으로 요약하면:

$$\vec{F}_B = q \vec{v} \times \vec{B}$$

힘의 크기는:

$$F_B = |q| v B \sin \phi$$

- q : 전하 (**부호 포함**), $\vec{v}$: 입자의 속도
- ϕ : $\vec{v}$ 와 $\vec{B}$ 사이의 각
- 전기력 $\vec{F}_E = q\vec{E}$ 와 달리, 자기력은 **움직이는 전하에만** 작용한다

벡터 외적 복습

두 벡터의 외적 $\vec{a} \times \vec{b}$ 는 크기가 $ab \sin \phi$ 이고, $\vec{a}, \vec{b}$ 둘 다에 수직인 벡터다. 성분으로 쓰면:

$$\vec{a} \times \vec{b} = (a_y b_z - a_z b_y) \hat{i} + (a_z b_x - a_x b_z) \hat{j} + (a_x b_y - a_y b_x) \hat{k}$$

단위벡터끼리의 외적은 순환 규칙을 따른다:

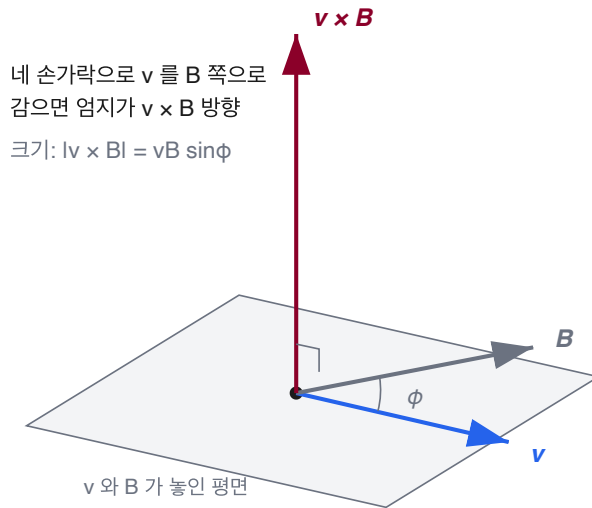
$$\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}, \quad \hat{j} \times \hat{k} = \hat{i}, \quad \hat{k} \times \hat{i} = \hat{j}$$

주의할 점:

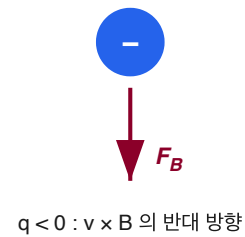
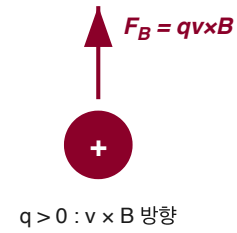
- 순서를 바꾸면 부호가 바뀐다: $\vec{b} \times \vec{a} = -\vec{a} \times \vec{b}$
- 평행($\phi = 0^\circ$)이거나 반평행($\phi = 180^\circ$)이면 외적은 0

오른손 법칙

오른손 법칙: $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ 의 방향



전하 부호에 따른 힘의 방향



- 오른손 네 손가락으로 $\vec{v}$ 를 $\vec{B}$ 쪽으로 (작은 각을 통해) 감으면, 엄지가 $\vec{v} \times \vec{B}$ 방향
- $q > 0$: 힘은 $\vec{v} \times \vec{B}$ 방향, $q < 0$: 힘은 그 **반대 방향**

음전하의 부호를 잊는 것이 시험에서 가장 흔한 실수다!

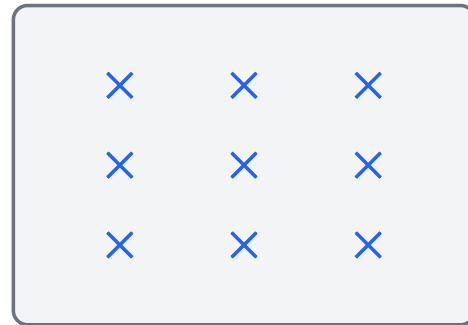
3차원 방향 표기: $\odot$ 과 $\times$

자기장 문제는 본질적으로 3차원이다. 지면(칠판)에 수직인 방향을 나타내는 표준 기호를 약속하자.

3차원 방향 표기: 지면에서 나오는/들어가는 벡터



$\odot$: 지면에서 나온다
(날아오는 화살의 화살촉)



$\times$: 지면으로 들어간다
(멀어지는 화살의 화살 깃)

- $\odot$: 지면에서 **나오는** 방향 — 나에게 날아오는 화살의 화살촉
- $\times$: 지면으로 **들어가는** 방향 — 멀어지는 화살의 화살 깃

이번 장 내내 이 표기를 사용한다.

자기력의 성질

$F_B = |q|vB \sin \phi$ 에서 바로 읽어낼 수 있는 성질들:

- $q = 0$ 이거나 $v = 0$ 이면 힘은 0 — **정지한 전하는 자기력을 받지 않는다**
- $\vec{v} \parallel \vec{B}$ ($\phi = 0^\circ$ 또는 180°)이면 힘은 0
- $\vec{v} \perp \vec{B}$ ($\phi = 90^\circ$)일 때 힘이 최대: $F_B = |q|vB$
- $\vec{F}_B$ 는 항상 $\vec{v}$ 와 $\vec{B}$ **둘 다에 수직**

특히 $\vec{F}_B \perp \vec{v}$ 이므로 자기력이 하는 일은 항상 0이다:

$$W = \int \vec{F}_B \cdot d\vec{s} = 0 \Rightarrow \text{속력과 운동 에너지는 불변}$$

자기력은 입자의 **방향만** 바꿀 수 있다.

자기장의 단위: 테슬라

$F_B = |q|vB$ 에서 B 의 SI 단위를 읽으면:

$$1 \text{ T} = 1 \frac{\text{N}}{\text{C} \cdot \text{m/s}} = 1 \frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{m}} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{C} \cdot \text{s}}$$

이를 **테슬라(tesla, T)** 라 한다. 비SI 단위로 **가우스(gauss, G)** 도 널리 쓰인다:

$$1 \text{ T} = 10^4 \text{ G}.$$

상황	크기
중성자별 표면	10^8 T
대형 전자석, 병원 MRI	$1.5 \sim 3 \text{ T}$
막대자석 근처	10^{-2} T
지구 표면	$10^{-4} \text{ T} (= 1 \text{ G})$
성간 공간	10^{-10} T

예제 ①: 양성자가 받는 자기력

크기 $B = 1.2 \text{ mT}$ 의 균일 자기장이 연직 위 방향으로 걸려 있는 방에, 운동 에너지 $K = 5.3 \text{ MeV}$ 인 양성자가 수평으로 남쪽에서 북쪽을 향해 들어온다. 양성자가 받는 자기력은? ($m_p = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$)

먼저 속력을 구한다. $K = \frac{1}{2}mv^2$ 이므로:

$$v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = \sqrt{\frac{2(5.3 \times 10^6)(1.602 \times 10^{-19} \text{ J/eV})}{1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}}} = 3.2 \times 10^7 \text{ m/s}$$

$\vec{v}$ (수평)와 $\vec{B}$ (연직)는 수직이므로 $\phi = 90^\circ$:

$$F_B = |q|vB \sin 90^\circ = (1.60 \times 10^{-19})(3.2 \times 10^7)(1.2 \times 10^{-3})$$

$$F_B \approx 6.1 \times 10^{-15} \text{ N}$$

예제 ① 계속: 방향과 가속도

힘의 방향: 동쪽을 $+x$, 북쪽을 $+y$, 연직 위를 $+z$ 로 잡으면 $\vec{v} = v\hat{j}$, $\vec{B} = B\hat{k}$
:

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B} = qvB (\hat{j} \times \hat{k}) = qvB \hat{i} \Rightarrow \text{동쪽}$$

$q > 0$ 이므로 양성자는 **동쪽으로 휘어진다**. 힘은 아주 작아 보이지만 양성자의 질량도 작다:

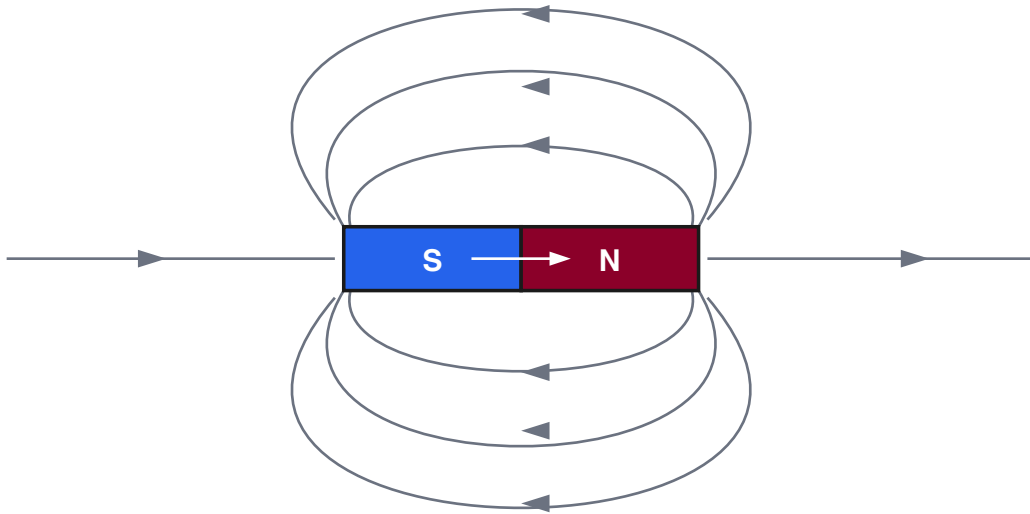
$$a = \frac{F_B}{m} = \frac{6.1 \times 10^{-15}}{1.67 \times 10^{-27}} \approx 3.7 \times 10^{12} \text{ m/s}^2$$

엄청난 가속도다! 단, 힘이 $\vec{v}$ 에 수직이므로 속력은 변하지 않고 **방향만** 계속 바뀐다.

자기력선

전기장처럼 자기장도 **자기력선(magnetic field lines)** 으로 표현한다. 접선 방향이 $\vec{B}$ 의 방향, 선의 밀도가 $\vec{B}$ 의 크기다.

막대자석의 자기력선 (magnetic field lines)



자기력선은 닫힌 고리: 자석 밖에서는 $N \rightarrow S$, 내부에서는 $S \rightarrow N$

선이 뻗뻗한 곳(양 극 근처)일수록 자기장이 강하다

- 자기력선은 시작도 끝도 없는 **닫힌 고리** 다 (전기력선은 +에서 시작해 -에서 끝나는 것과 대조적)
- 선이 나오는 쪽 끝이 **N극(north pole)**, 들어가는 쪽 끝이 **S극(south pole)**
- 극 근처에서 선이 뻗뻗하다 → 자석은 양 끝에서 가장 강하다

자석의 두 극과 지구 자기장

자석은 항상 두 극을 가지므로 **자기 쌍극자(magnetic dipole)** 라 부른다. 잘라도 각 조각에 N·S극이 다시 생긴다.

다른 극끼리는 인력, 같은 극끼리는 척력

지구도 거대한 자석이다:

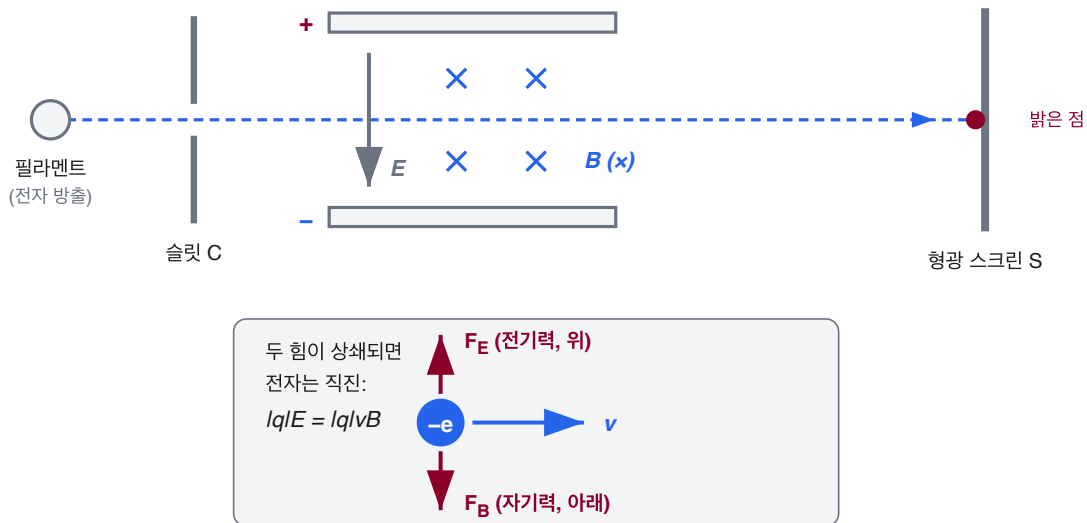
- 나침반의 N극이 북쪽을 가리킨다 → 지리적 북극 근처에 있는 것은 사실 지구 자기장의 **S극** 이다
- 관례상 그 지역을 **지자기 북극(geomagnetic north pole)** 이라 부른다
- 북반구에서 지구 자기력선은 지면을 향해 **비스듬히 내리꽂힌다**

28.2 교차하는 장: 전자의 발견

톰슨의 음극선 실험 (1897)

전기장 $\vec{E}$ 와 자기장 $\vec{B}$ 가 서로 수직으로 걸린 영역을 **교차하는 장(crossed fields)** 이라 한다. 케임브리지의 J. J. 톰슨은 이를 이용해 **전자(electron)** 를 발견했다.

톰슨의 실험: 교차하는 전기장과 자기장 (crossed fields)



- 진공관(옛날 브라운관 TV의 원형) 속에서 뜨거운 필라멘트가 입자를 방출
- 전위차로 가속된 입자 빔이 슬릿을 지나 교차하는 장 영역을 통과
- 전기력은 위로, 자기력은 아래로 — 두 힘이 **반대 방향** 이 되도록 배치

1단계: 전기장만 켜 있을 때의 편향

길이 L 인 평행판 사이에서 전기장 E 가 전하 q , 질량 m , 속력 v 인 입자를 편향시킨다. 판을 빠져나오는 순간의 편향 y 를 구하자.

수직 방향 가속도와 통과 시간은:

$$a = \frac{|q|E}{m}, \quad t = \frac{L}{v}$$

등가속도 운동이므로:

$$y = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \frac{|q|E}{m} \frac{L^2}{v^2}$$

$$\boxed{y = \frac{|q|EL^2}{2mv^2}}$$

편향 y 는 측정할 수 있지만, 이 식에는 미지수가 두 개($m/|q|$ 와 v) 들어 있다. 식이 하나 더 필요하다.

2단계: 자기장을 켜서 힘을 상쇄

$\vec{E}$ 를 유지한 채 $\vec{B}$ 를 켜고, 빔이 다시 **직진** 할 때까지 세기를 조절한다. 전기력과 자기력이 정확히 상쇄된 상태다:

$$|q|E = |q|vB \sin 90^\circ = |q|vB$$

$$v = \frac{E}{B}$$

- 전하량과 질량이 **약분되어 사라진다** — 측정 가능한 E, B 만으로 속력이 결정된다
- 이 원리는 특정 속력의 입자만 통과시키는 **속도 선택기(velocity selector)**로도 쓰인다
- $v > E/B$ 이면 자기력($\propto v$)이 우세, $v < E/B$ 이면 전기력이 우세

3단계: 질량 대 전하 비 — 전자의 발견

$v = E/B$ 를 편향 식 $y = |q|EL^2/2mv^2$ 에 대입하면:

$$y = \frac{|q|EL^2}{2m(E/B)^2} = \frac{|q|B^2L^2}{2mE}$$

$$\boxed{\frac{m}{|q|} = \frac{B^2L^2}{2yE}}$$

우변은 전부 측정 가능한 양이다! 톰슨의 결론:

- 음극선은 음전하를 띤 **입자**의 흐름이다
- 그 입자는 가장 가벼운 원자(수소)보다 **1000배 이상 가볍다** (정확한 비는 1836.15배)
- 이것이 **전자의 발견**이다 — 최초의 기본 입자

28.3 홀 효과

도선 속의 전자도 힘을 받을까?

진공 속 전자빔은 자기장에 휘어진다. 그렇다면 **구리 도선 속을 흐르는 전도 전자**도 자기장의 힘을 받을까?

1879년, 존스 홉킨스 대학의 24세 대학원생 **에드윈 홀(Edwin Hall)** 이 답했다: 받는다!

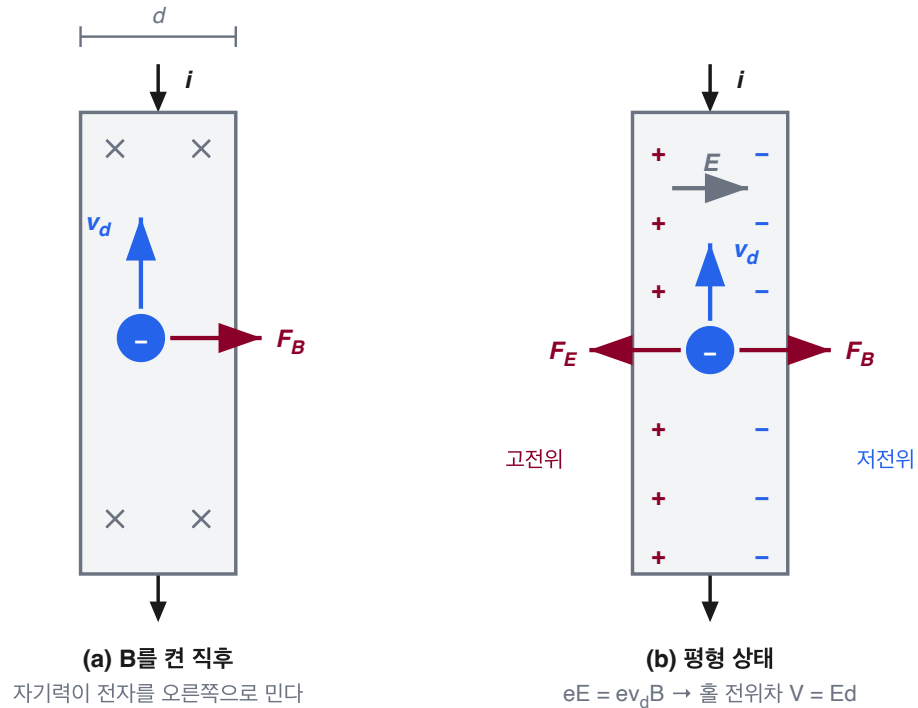
홀 효과(Hall effect) 로 알 수 있는 것:

- 도체 속 **전하 운반자(charge carrier)** 의 부호 (+인가 -인가)
- 단위 부피당 운반자의 수 — **운반자 밀도(number density) n**

전하가 한쪽에 쌓인다

폭 d 인 구리 띠에 전류 i 를 아래로 흘리고, 지면 안쪽($\times$)으로 자기장 $\vec{B}$ 를 건다. 전자들은 위쪽으로 표류한다($\vec{v}_d$).

홀 효과 (Hall effect): B 는 지면 안($\times$), 전류 i 는 아래로



- 자기력 $\vec{F}_B = -e\vec{v}_d \times \vec{B}$ 가 전자를 **오른쪽**으로 민다
- 오른쪽 가장자리에 전자가 쌓이고, 왼쪽에는 +전하가 남는다
- 이 전하 분리가 띠 내부에 전기장 $\vec{E}$ 를 만들고, 전자에 **왼쪽 방향** 전기력을 가한다
- 전기력이 자기력과 같아지는 순간 쌓임이 멈춘다 — **평형**

홀 전위차와 운반자 밀도 유도

평형 조건에서 전자 하나에 작용하는 두 힘이 같다:

$$eE = ev_d B$$

폭 d 양단의 **홀 전위차(Hall potential difference)** 는 $V = Ed$ 이고, 표류 속력은 26장에서 배운 대로 $v_d = J/(ne) = i/(neA)$ 이다. 두 식을 평형 조건에 대입하면:

$$e \frac{V}{d} = e \frac{i}{neA} B \Rightarrow n = \frac{Bid}{VeA}$$

단면적 $A = ld$ (l : $\vec{B}$ 와 나란한 방향의 두께)를 넣으면 d 가 약분된다:

$$n = \frac{Bi}{Vle}$$

모두 측정 가능한 양들로 운반자 밀도가 결정된다.

홀 효과가 알려주는 것들

운반자의 부호: 어느 쪽 가장자리가 고전위인지 전압계로 재면 된다.

- 운반자가 전자(-)라면: 전자가 쌓인 쪽이 저전위
- 만약 +전하가 움직인다면 쌓이는 쪽이 반대가 되어 극성이 뒤집힌다
- 실험 결과: 금속의 운반자는 **음전하(전자)** 다

움직이는 도체: 속력 v 로 자기장을 가로지르는 도체에도 같은 논리가 적용된다.

$eE = evB$ 와 $V = Ed$ 에서:

$$V = vBd$$

일상 속의 홀 효과: 스마트폰의 덮개 감지 센서, 모터 회전 감지, 전류 측정용 **홀 센서** 등.

예제 ②: 구리 띠의 홀 전압

두께 $l = 150 \mu\text{m}$ 인 구리 띠에 전류 $i = 14 \text{ A}$ 가 흐르고, 띠에 수직으로 $B = 0.65 \text{ T}$ 가 걸려 있다. 홀 전위차는? (구리의 운반자 밀도 $n = 8.47 \times 10^{28} / \text{m}^3$)

$n = Bi/Vle$ 를 V 에 대해 풀면:

$$V = \frac{Bi}{nle} = \frac{(0.65)(14)}{(8.47 \times 10^{28})(150 \times 10^{-6})(1.602 \times 10^{-19})}$$

분모를 계산하면 $8.47 \times 10^{28} \times 1.5 \times 10^{-4} \times 1.602 \times 10^{-19} = 2.04 \times 10^6$:

$$V = \frac{9.1}{2.04 \times 10^6} \approx 4.5 \mu\text{V}$$

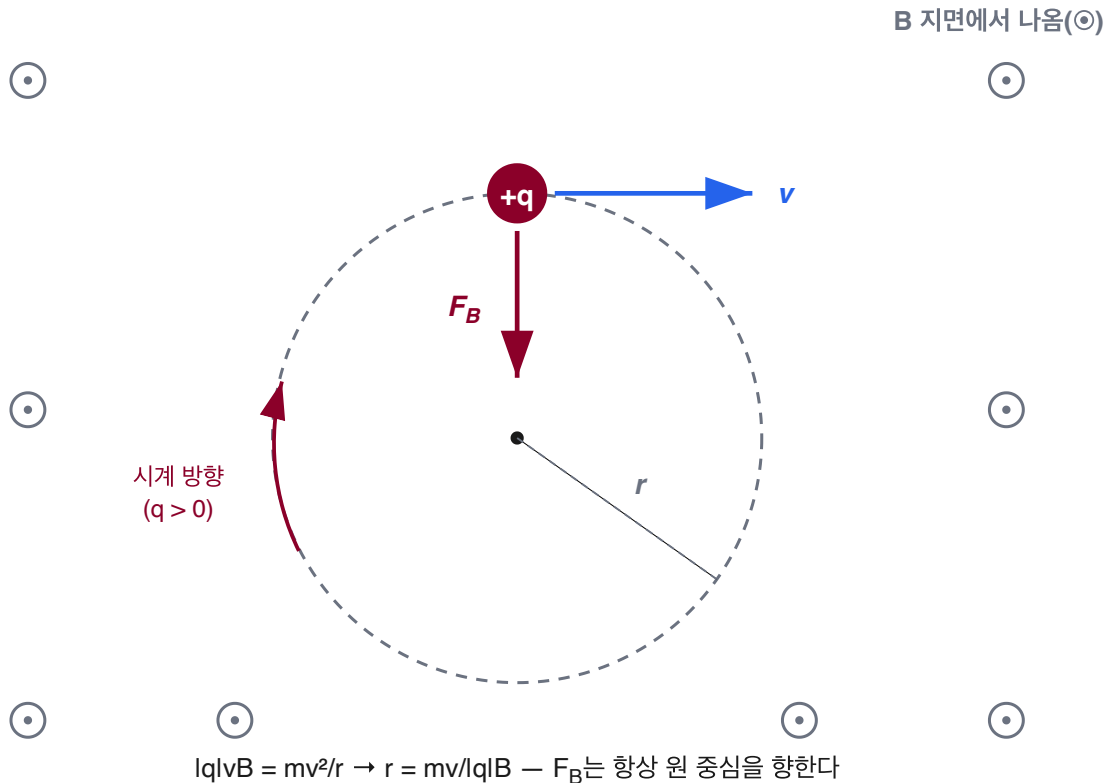
강한 자기장과 큰 전류에도 홀 전압은 **마이크로볼트 수준** — 금속은 운반자 밀도 n 이 매우 크기 때문이다. 반도체는 n 이 작아 홀 전압이 훨씬 커서 센서 재료로 쓰인다.

28.4 원운동하는 하전입자

자기력이 구심력이 된다

속도 $\vec{v}$ 가 균일 자기장 $\vec{B}$ 에 **수직** 이면 어떤 운동이 될까?

균일 자기장 속의 원운동: 자기력이 구심력



- 힘의 크기는 $|q|vB$ 로 일정, 방향은 항상 $\vec{v}$ 에 수직
- 크기가 일정하고 항상 진행 방향에 수직인 힘 $\rightarrow$ **등속 원운동(uniform circular motion)**
- 줄에 매단 돌의 장력, 위성에 작용하는 중력과 같은 역할 — **구심력**

원운동의 반지름 유도

뉴턴 제2법칙을 등속 원운동에 적용하면 $F = mv^2/r$. 여기서 구심력의 역할을 자기력이 하므로:

$$|q|vB = \frac{mv^2}{r}$$

r 에 대해 풀면:

$$r = \frac{mv}{|q|B}$$

- 운동량 $p = mv$ 가 클수록 큰 원, 자기장이 강할수록 작은 원
- 분자·분모를 보면 $r \propto p/B$: 입자 검출기에서 궤적의 곡률로 **운동량을 측정**하는 원리

주기, 진동수, 각진동수

한 바퀴 도는 데 걸리는 시간(주기)은 원둘레를 속력으로 나눈 것:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{v} \frac{mv}{|q|B} = \frac{2\pi m}{|q|B}$$

진동수와 각진동수는:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{|q|B}{2\pi m}, \quad \omega = 2\pi f = \frac{|q|B}{m}$$

핵심: T, f, ω 에는 v 가 없다!

- 빠른 입자는 큰 원을, 느린 입자는 작은 원을 돌지만 **한 바퀴 도는 시간은 같다**
- $|q|/m$ 이 같은 입자는 모두 같은 주기 — 사이클로트론 가속기의 원리 (28.5 절)

회전 방향은 전하 부호가 결정한다

$\vec{B}$ 가 지면에서 나오는($\odot$) 경우를 보자. $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$ 가 항상 원의 **중심을 향해야** 하므로:

- **양전하**: 시계 방향으로 회전
- **음전하**: 반시계 방향으로 회전

$\vec{B}$ 가 지면 안($\times$)이면 둘 다 반대가 된다.

실제 활용: **거품 상자(bubble chamber)** 사진에서 입자 궤적이 감기는 방향으로 전하 부호를, 곡률 반지름으로 운동량을 읽어낸다. 전자(e^-)와 양전자(e^+)는 서로 반대 방향의 나선을 그린다.

시뮬레이션: 사이클로트론 운동 — 전하 부호·속력·자기장에 따른 원운동의 변화
관찰

예제 ③: 질량 분석기 (1) — 속력 구하기

질량 분석기(mass spectrometer) 는 이온의 질량을 재는 장치다. 전하 q 인 이온이 정지 상태에서 전위차 V 로 가속된 뒤, 균일 자기장 B 속에서 반원을 돌아 거리 x 떨어진 검출기에 도달한다.

주어진 값: $B = 80.000 \text{ mT}$, $V = 1000.0 \text{ V}$, $q = +1.6022 \times 10^{-19} \text{ C}$, $x = 1.6254 \text{ m}$.

가속 과정에 에너지 보존을 적용한다. 전위가 V 만큼 떨어지며 퍼텐셜 에너지 qV 가 운동 에너지로 바뀐다:

$$qV = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2qV}{m}}$$

아직 m 을 모르므로 v 는 m 의 함수로 남는다. 자기장 속 원운동 조건과 연립하자.

예제 ③: 질량 분석기 (2) — 질량 계산

반원 궤도의 반지름은 $r = mv/qB$ 이고, 검출 위치는 지름 $x = 2r$:

$$x = \frac{2mv}{qB} = \frac{2m}{qB} \sqrt{\frac{2qV}{m}} = \frac{2}{B} \sqrt{\frac{2mV}{q}}$$

양변을 제곱해 m 에 대해 풀면:

$$m = \frac{B^2 q x^2}{8V} = \frac{(0.080)^2 (1.6022 \times 10^{-19}) (1.6254)^2}{8 (1000.0)}$$

$$m = 3.39 \times 10^{-25} \text{ kg} \approx 203.9 \text{ u}$$

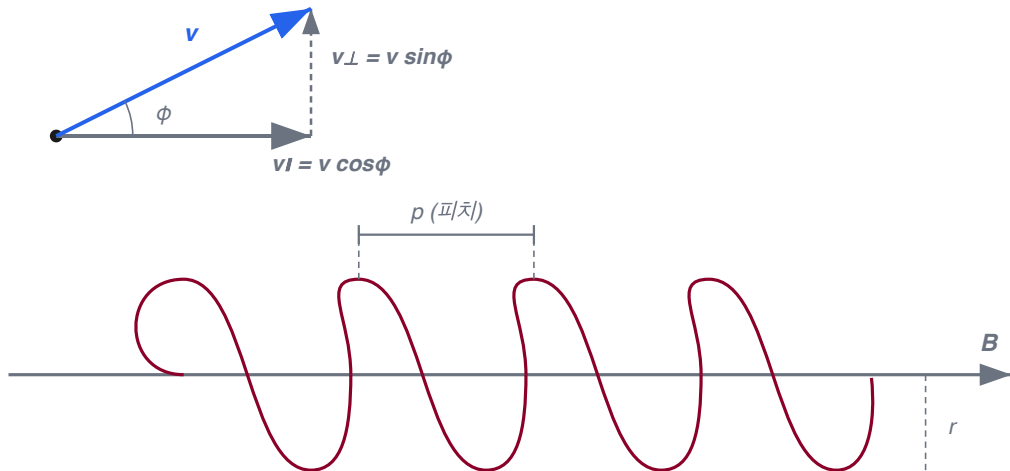
동위원소 분석, 도핑 검사, 단백질 분석 등에 쓰이는 실제 장비가 정확히 이 원리로 작동한다.

나선 운동

$\vec{v}$ 가 $\vec{B}$ 와 비스듬한 각 ϕ 를 이루면? 속도를 $\vec{B}$ 에 나란한 성분과 수직 성분으로 분해한다:

$$v_{\parallel} = v \cos \phi, \quad v_{\perp} = v \sin \phi$$

나선 운동 (helical path): v 가 B 와 비스듬할 때



$v_{\perp}$ 가 원운동(반지름 r)을, $v_{\parallel}$ 가 축 방향 이동(피치 $p = v_{\parallel}T$)을 만든다

- $v_{\perp}$: 원운동을 만든다 $\rightarrow$ 반지름 $r = mv_{\perp}/|q|B$
- $v_{\parallel}$: 자기력의 영향을 받지 않고 등속으로 축을 따라 진행
- 결과는 $\vec{B}$ 를 축으로 감아 도는 **나선(helix)** — 한 주기 동안 축 방향 이동 거리가 **피치(pitch)** $p = v_{\parallel}T$

자기병과 오로라

자기장이 **불균일** 하면 더 재미있는 일이 생긴다. 자기력선이 조여드는(장이 강해지는) 쪽으로 나선 운동하며 다가간 입자는 **반사** 되어 되돌아온다.

- 양 끝이 강한 자기장 구조 = **자기병(magnetic bottle)** — 입자를 가둔다
- 지구 자기장에 갇힌 전자·양성자는 남북을 수 초 만에 왕복한다 — **밴앨런 복사대(Van Allen radiation belts)**
- 태양 폭발로 입자가 대량 유입되면 극지방 대기로 쏟아져 공기 분자를 들뜨게 한다



이것이 **오로라(aurora)** 다. 산소는 초록빛, 질소는 분홍빛을 낸다.

28.5 사이클로트론과 싱크로트론

고에너지 입자가 필요하다

원자핵과 기본 입자의 구조를 보려면 **고에너지 입자빔** 으로 두드려 봐야 한다. 양성자·중성자의 발견도, 쿼크의 발견도 모두 가속기 덕분이었다.

문제: 전자는 가벼워 한 번의 전위차로도 가속이 되지만, 양성자처럼 무거운 입자는 필요한 전위차가 비현실적으로 크다.

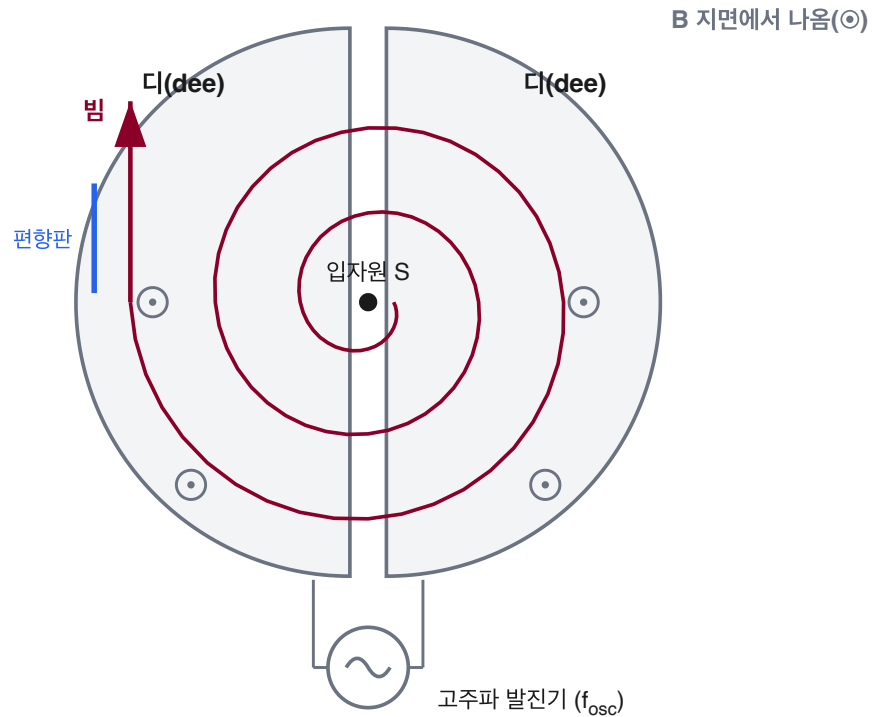
해결 아이디어:

- 적당한 전위차로 **여러 번 반복해서** 가속하자
- 자기장으로 입자를 **원운동시켜 같은 가속 구간으로 되돌리면** 된다

이것이 1930년대에 발명된 **사이클로트론(cyclotron)** 이다.

사이클로트론의 구조

사이클로트론 (cyclotron) — 위에서 본 모습



틈을 지날 때마다 전기장이 가속 → 반지름이 커지는 나선 → 가장자리에서 빔으로 방출

- 속이 빈 구리 전극 두 개 — 모양을 따서 **디(dee)** 라 부른다 — 사이에 고주파 교류 전압을 건다
- 전체에 수직 방향 균일 자기장 $\vec{B}$
- 디 내부는 전기장이 차폐되어 없다 → 입자는 자기장만 받아 **반원** 을 돈다
- 틈(gap)을 건널 때마다 전기장이 가속 → 속력이 커져 반지름이 커진다 → **바깥으로 감기는 나선**

공진 조건

핵심은 타이밍이다. 입자가 틈에 도착할 때마다 전압의 부호가 뒤집혀 있어야 계속 가속된다. 입자의 회전 진동수 f 가 발진기 진동수 f_{osc} 와 같아야 한다:

$$f = f_{\text{osc}} \quad (\text{공진 조건})$$

$f = |q|B/2\pi m$ 을 대입하면:

$$|q|B = 2\pi m f_{\text{osc}}$$

- 이것이 가능한 이유: 원운동의 진동수는 **속력과 무관** 하기 때문 (28.4절)
- 입자가 빨라져도 회전 타이밍이 어긋나지 않는다
- 실제 운전: 발진기 진동수는 고정하고, B 를 조절해 공진을 맞춘다

싱크로트론: 상대론이 만드는 한계

양성자 에너지가 약 50 MeV를 넘으면 사이클로트론은 작동을 멈춘다.

- 속력이 광속의 ~10%를 넘으면 **상대론 효과** 로 회전 진동수가 속력에 따라 감소한다 → 발진기와 박자가 어긋난다
- 크기 문제도 있다: 500 GeV 양성자를 $B = 1.5$ T로 돌리려면 $r = 1.1$ km — 그만한 자석은 만들 수 없다

싱크로트론(synchrotron) 의 해법: B 와 f_{osc} 를 가속 주기 동안 **시간에 따라 변화** 시킨다.

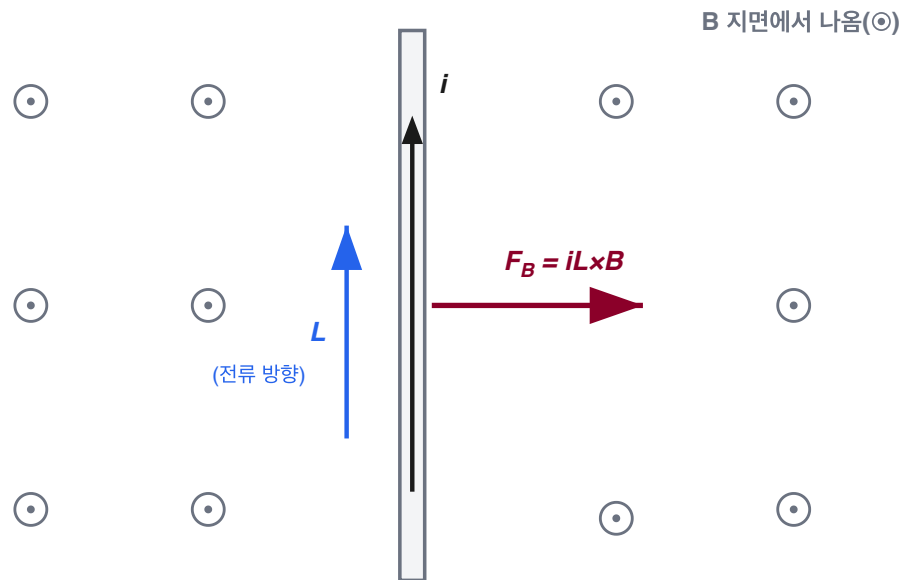
- 입자는 반지름이 고정된 **원형 경로** 를 돈다 → 자석은 그 경로를 따라 고리 모양으로만 설치
- 예: CERN의 LHC (둘레 27 km), 국내 포항 방사광가속기

28.6 전류가 흐르는 도선이 받는 힘

전자가 받는 힘이 도선에 전달된다

홀 효과에서 보았듯 도선 속 전도 전자들은 자기력을 받는다. 전자는 도선 밖으로 튀어나갈 수 없으므로, 이 힘은 **도선 전체에** 전달된다.

전류가 흐르는 도선이 받는 자기력



i 는 위쪽, B 는 지면 밖 $\rightarrow$ 힘은 오른쪽, 크기 $F = iLB$ ($L \perp B$)

- 전류의 방향을 뒤집으면 힘의 방향도 뒤집힌다
- 실제 운반자가 -전하(전자)든 +전하든, **관례 전류 방향**으로 계산한 힘의 방향은 같다 — 안심하고 전류 방향만 쓰면 된다

$F = iLB$ 유도

$\vec{B}$ 에 수직인 직선 도선의 길이 L 구간을 생각하자. 전도 전자의 표류 속력을 v_d 라 하면, 이 구간의 모든 전자가 단면 하나를 통과하는 데 걸리는 시간은 $t = L/v_d$.

그 시간 동안 단면을 지나는 전하량은:

$$q = it = \frac{iL}{v_d}$$

이 전하가 속력 v_d 로 자기장을 가로지르므로 ($\phi = 90^\circ$):

$$F_B = qv_d B \sin 90^\circ = \frac{iL}{v_d} v_d B$$

$$\boxed{F_B = iLB}$$

표류 속력 v_d 가 약분되어 사라진다 — 힘은 전류 i 와 길이 L 만으로 결정된다.

일반식: $\vec{F}_B = i\vec{L} \times \vec{B}$

자기장이 도선과 수직이 아니면 외적으로 일반화한다:

$$\boxed{\vec{F}_B = i\vec{L} \times \vec{B}}, \quad F_B = iLB \sin \phi$$

- $\vec{L}$: 크기가 구간 길이 L 이고 방향이 (관례) 전류 방향인 **길이 벡터**
- 힘의 방향은 오른손 법칙 — $\vec{L}$ 과 $\vec{B}$ 가 만드는 평면에 수직

도선이 구부러져 있거나 장이 불균일하면, 도선을 미소 구간으로 잘라 적분한다:

$$d\vec{F}_B = i d\vec{L} \times \vec{B}$$

이 식은 $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$ 와 동등하다. 실제로는 도선의 힘을 재는 쪽이 훨씬 쉬워서, 이 식을 $\vec{B}$ 의 **측정 정의** 로 쓰기도 한다.

예제 ④: 전선을 자기력으로 띄우기

단위 길이당 질량이 46.6 g/m인 수평 구리선에 전류 $i = 28$ A가 흐른다. 중력과 균형을 이루어 전선을 공중에 띄우는 **최소** 자기장은?

길이 L 구간의 중력 mg 를 자기력 $iLB \sin \phi$ 가 떠받쳐야 한다:

$$iLB \sin \phi = mg \Rightarrow B = \frac{(m/L)g}{i \sin \phi}$$

B 가 최소가 되려면 $\sin \phi = 1$, 즉 $\vec{B} \perp$ 도선:

$$B = \frac{(46.6 \times 10^{-3})(9.8)}{28} \approx \boxed{1.6 \times 10^{-2} \text{ T}}$$

지구 자기장($\sim 10^{-4}$ T)의 약 160배다. 지구 자기장으로 전선을 띄우는 것은 어림도 없다.

28.7 전류 고리의 토크

전동기의 원리

세상의 일 대부분은 **전동기(electric motor)** 가 한다 — 전기차, 엘리베이터, 세탁기, 선풍기, 하드디스크. 그 핵심은 방금 배운 "전류 도선이 받는 힘"이다.

균일 자기장 속에 전류 고리를 놓으면:

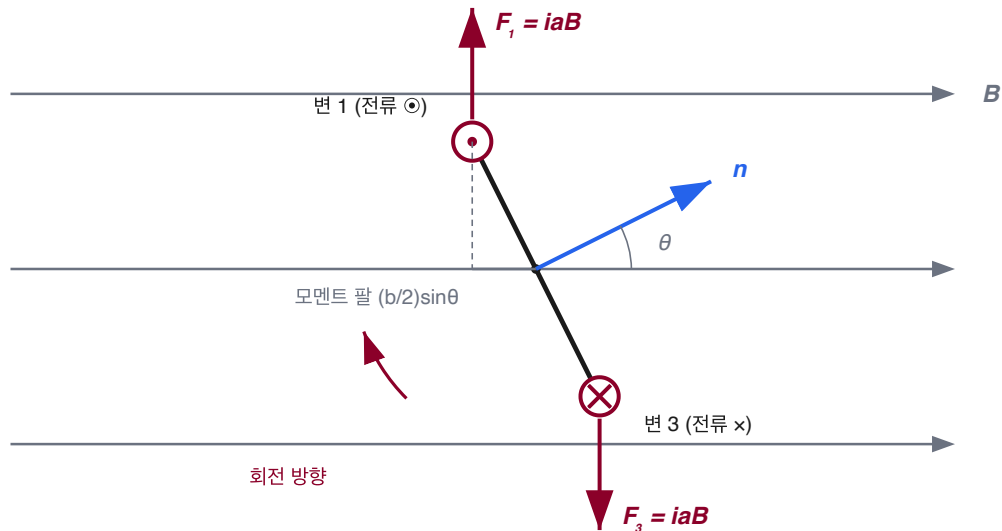
- 고리에 작용하는 **알짜힘은 0** — 고리가 통째로 밀려가지는 않는다
- 그러나 **알짜 토크는 0이 아니다** — 고리가 회전한다!

이 토크가 모터 축을 돌린다. 반 바퀴마다 전류 방향을 뒤집어 주는 **정류자(commutator)** 덕분에 토크의 방향이 유지된다.

네 변이 받는 힘

변의 길이가 a, b 인 직사각형 고리에 전류 i 가 흐른다. 고리의 **법선 벡터** $\hat{n}$ (오른손으로 전류 방향을 감을 때 엄지 방향)이 $\vec{B}$ 와 각 θ 를 이룬다.

전류 고리의 토크 — 옆에서 본 모습 (변 2 방향에서)



짜힘의 토크 $\tau = iabB \sin\theta$ — n 이 B 와 나란해지려는 방향으로 회전

- 변 2, 4 (길이 b): 힘의 크기 $F_2 = F_4 = ibB \cos\theta$, 방향이 반대이고 **같은 작용선** 위 $\rightarrow$ 완전히 상쇄
- 변 1, 3 (길이 a): $\vec{L} \perp \vec{B}$ 이므로 $F_1 = F_3 = iaB$, 방향은 반대지만 **작용선이 다르다** $\rightarrow$ 짜힘(couple)이 되어 토크를 만든다

토크 유도

변 1과 변 3의 힘은 각각 회전축에서 모멘트 팔 $(b/2) \sin \theta$ 만큼 떨어져 작용한다. 두 기여를 더하면:

$$\tau' = (iaB) \frac{b}{2} \sin \theta + (iaB) \frac{b}{2} \sin \theta = iabB \sin \theta = iAB \sin \theta$$

여기서 $A = ab$ 는 고리의 넓이. 고리를 N 번 감은 **코일(coil)** 이면 토크도 N 배:

$$\tau = NiAB \sin \theta$$

- θ 는 $\hat{n}$ 과 $\vec{B}$ 사이의 각 — 변의 방향이 아니라 **법선** 기준임에 주의
- 이 식은 직사각형만이 아니라 **모든 모양의 평면 코일**에 성립한다 (임의의 평면 고리는 작은 직사각형들의 합으로 나타낼 수 있으므로)
- 토크는 $\hat{n}$ 을 $\vec{B}$ 쪽으로 **정렬시키려는 방향** 으로 작용한다

28.8 자기 쌍극자 모멘트

코일은 자기 쌍극자다

토크를 받는다는 점에서 전류 코일은 막대자석과 똑같이 행동한다. 코일의 "자석 다움"을 하나의 벡터로 정의하자:

$$\boxed{\mu = NiA} \quad (\text{자기 쌍극자 모멘트, 단위: A} \cdot \text{m}^2)$$

- 방향: 법선 $\hat{n}$ 과 같다 (오른손으로 전류를 감으면 엄지 방향)
- 토크 식이 간결해진다:

$$\tau = \mu B \sin \theta \quad \Rightarrow \quad \boxed{\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}}$$

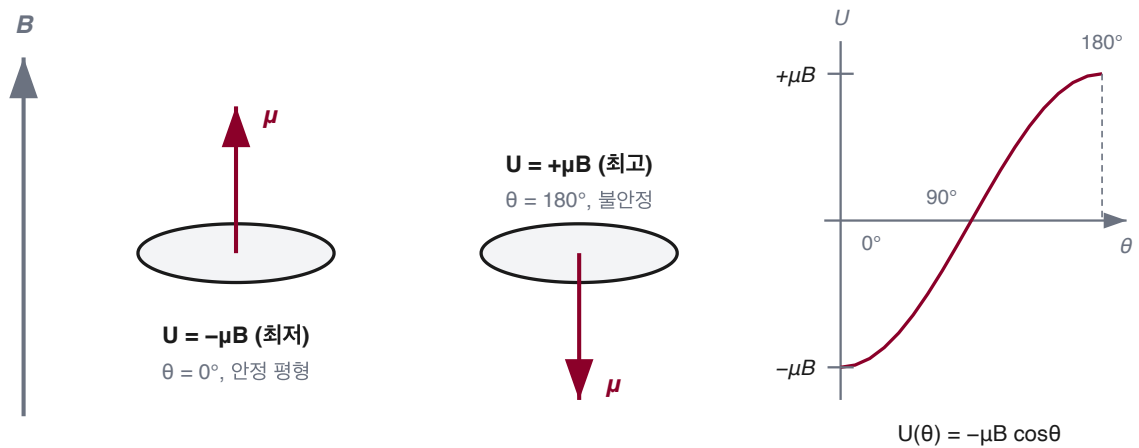
22장의 전기 쌍극자 $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$ 와 완벽하게 대응한다.

방향 에너지

전기 쌍극자의 $U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$ 와 똑같은 대응으로, 자기 쌍극자가 자기장 속에서 갖는 **방향 에너지(orientation energy)** 는:

$$U(\theta) = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -\mu B \cos \theta$$

자기 쌍극자의 방향 에너지 $U(\theta) = -\mu \cdot B$



μ 가 B 와 나란할 때 에너지가 가장 낮다 — 나침반 바늘이 북쪽을 가리키는 이유

- $\theta = 0^\circ$: $U = -\mu B$ (최저) — $\vec{\mu}$ 가 $\vec{B}$ 와 나란한 **안정 평형**
- $\theta = 180^\circ$: $U = +\mu B$ (최고) — 불안정
- 나침반 바늘이 지구 자기장에 정렬하는 이유가 바로 이것이다

외부에서 하는 일, 그리고 자연의 쌍극자들

외부 토크가 쌍극자를 θ_i 에서 θ_f 로 (처음과 끝이 정지 상태로) 돌릴 때 하는 일은:

$$W_a = \Delta U = U_f - U_i$$

U 의 단위에서 μ 의 단위를 J/T로 쓸 수도 있다 ($\text{J/T} = \text{A} \cdot \text{m}^2$).

자기 쌍극자	μ (J/T)
작은 막대자석	5
지구	8.0×10^{22}
양성자	1.4×10^{-26}
전자	9.3×10^{-24}

코일, 막대자석, 지구, 그리고 전자·양성자 같은 기본 입자까지 — 모두 자기 쌍극자다. 물질의 자성은 32장에서 이 관점으로 다시 만난다.

Review & Summary

핵심 개념

- **자기장의 정의:** 움직이는 시험전하가 받는 힘 $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$ — 힘은 $\vec{v}$, $\vec{B}$ 모두에 수직이고, 일을 하지 않으므로 속력을 바꾸지 못한다
- **홀 효과:** 자기력에 의한 전하 쏠림이 만드는 전위차로 운반자의 부호와 밀도를 잴다
- **원운동:** $\vec{v} \perp \vec{B}$ 이면 자기력이 구심력 — 반지름은 운동량에 비례, 주기는 속력과 무관
- **사이클로트론:** 주기가 속력과 무관함을 이용해 입자를 반복 가속 (상대론 영역에서는 싱크로트론)
- **전류와 자기장:** 도선은 힘 $i\vec{L} \times \vec{B}$ 를, 코일은 토크 $\vec{\mu} \times \vec{B}$ 를 받는다 — 전동기의 원리

핵심 공식

개념	공식
자기력	$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$, $F_B = q vB \sin \phi$
단위	$1 \text{ T} = 1 \text{ N}/(\text{A} \cdot \text{m}) = 10^4 \text{ G}$
홀 효과	$n = Bi/Vle$, $V = vBd$ (움직이는 도체)
원운동	$r = mv/ q B$, $T = 2\pi m/ q B = 1/f$
전류 도선	$\vec{F}_B = i\vec{L} \times \vec{B}$, $d\vec{F}_B = i d\vec{L} \times \vec{B}$
자기 쌍극자	$\vec{\mu} = NiA$, $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$, $U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$

기억할 것:

- 방향은 언제나 오른손 법칙 — 단, $q < 0$ 이면 반대!
- 자기력은 속력·운동 에너지를 절대 바꾸지 못한다 (방향만 바꾼다)
- $\odot$ 는 지면에서 나오는 방향, $\times$ 는 들어가는 방향
- 원운동의 주기 $T = 2\pi m/|q|B$ 는 속력과 무관 — 사이클로트론의 심장