

27장: 회로

Circuits

지난 장 복습: 전류와 저항

26장에서 배운 내용 중 이번 장에서 계속 쓸 도구들이다.

- **전류(current)** : 단면을 단위 시간당 통과하는 전하량

$$i = \frac{dq}{dt}$$

- **저항(resistance)** 의 정의와 옴의 법칙:

$$V = iR$$

- 저항에서 소모되는 **전력(power)** :

$$P = iV = i^2R = \frac{V^2}{R}$$

이번 장에서는 이 부품들을 연결해서 만든 **회로(circuit)** 전체를 분석한다.

이번 장에서 배울 내용

스마트폰, 손전등, 자동차 — 모든 전기 기기의 바탕에는 **직류 회로(DC circuit)**가 있다.

1. **기전력(emf)** : 전하를 계속 흐르게 만드는 "전하 펌프"
2. **키르히호프 법칙(Kirchhoff's rules)** : 루프 법칙과 접점 법칙 — 모든 회로 분석의 기본
3. **직렬·병렬 저항** : 복잡한 회로를 단순하게 줄이는 방법
4. **RC 회로** : 저항과 축전기가 만나면 시간에 따라 변하는 전류가 나타난다

이번 장의 회로는 전하가 한 방향으로만 흐르는 **직류(direct current, DC)** 회로다.

전지는 일상 속에 있다



- 리모컨의 AA 전지부터 동전형 전지, 9 V 전지까지 — 모두 **기전력 장치** 다
- 겉모양은 달라도 하는 일은 같다: 두 단자 사이의 **전위차를 유지** 하는 것
- 스마트폰 배터리, 자동차 배터리, 태양 전지판도 같은 원리

오늘의 첫 질문: 전지는 어떻게 전하를 **계속** 흐르게 만들까?

27.1 단일 루프 회로

전하를 "퍼올려야" 한다

저항에 전류를 흘리려면 저항 양단에 전위차를 만들어야 한다. 충전된 축전기를 연결하면 어떨까?

- 전류가 흐르는 순간 축전기가 **방전** 되면서 두 판의 전위차가 급격히 줄어든다
- 전위차가 사라지면 전기장도 사라지고, 전류는 **멈춘다**

정상 전류를 유지하려면 전하를 낮은 전위에서 높은 전위로 계속 **퍼올리는 펌프**가 필요하다. 이 역할을 하는 장치가 **기전력 장치(emf device)** 다.

물 펌프가 물을 아래에서 위로 퍼올려 물레방아를 계속 돌리는 것과 같은 구조다.

기전력 장치의 종류

기전력 장치는 전하 운반자에 일을 해서 두 단자 사이의 전위차를 유지한다. 에너지원은 다양하다.

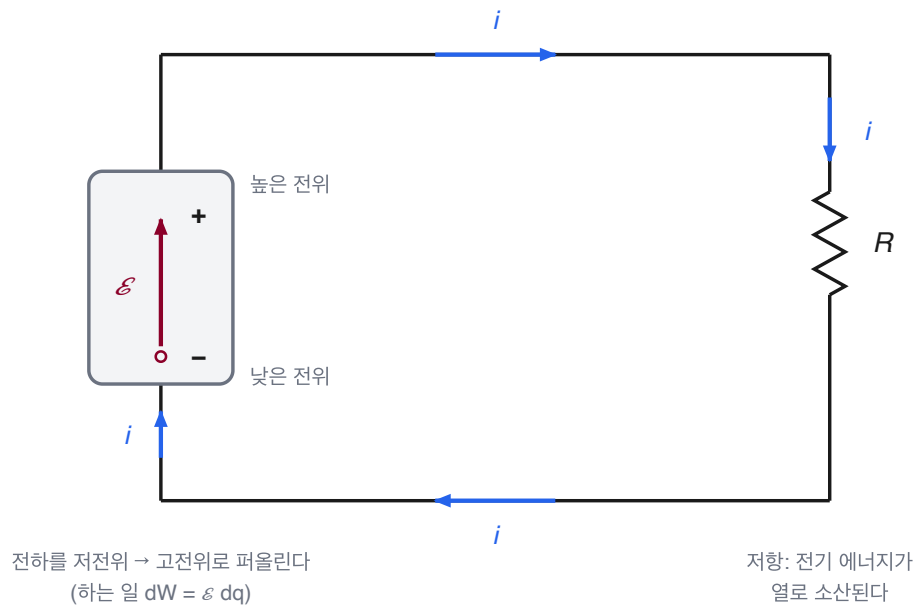
- **전지(battery)** : 화학 에너지
 - **발전기(electric generator)** : 역학적 에너지 (발전소에서 가정까지)
 - **태양 전지(solar cell)** : 빛 에너지
 - **연료 전지(fuel cell)** : 연료의 화학 에너지 (수소차)
 - 생물도 기전력 장치를 갖는다: 전기뱀장어, 그리고 우리 몸의 신경 세포
- 작동 방식은 달라도 **하는 일은 모두 같다** — 전하를 저전위 단자에서 고전위 단자로 옮기는 것.

기전력의 정의

기전력 장치가 전하 dq 를 음(-) 단자에서 양(+) 단자로 옮기며 하는 일이 dW 라면, **기전력(electromotive force, emf)**은 단위 전하당 한 일로 정의한다.

$$\mathcal{E} = \frac{dW}{dq}$$

기전력 장치: 전하 펌프



- 단위: $\text{J/C} = \text{볼트(V)}$ — 전위와 같은 단위
- 기전력 화살표는 - 단자에서 + 단자로 그린다 (꼬리에 작은 원)

이상적인 전지와 실제 전지

- **이상적인 기전력 장치(ideal emf device)** : 내부에 저항이 없다
 - 단자 사이의 전위차가 항상 기전력과 같다: $V = \mathcal{E}$
- **실제 기전력 장치(real emf device)** : 내부에 **내부 저항(internal resistance)** r 이 있다
 - 전류가 흐르지 않을 때만 $V = \mathcal{E}$
 - 전류가 흐르면 단자 전압은 기전력과 달라진다 (곧 계산한다)

이 책에서 "전지"라고만 하면 보통 이상적인 전지다. 내부 저항이 있으면 문제에서 r 을 명시한다.

단일 루프 회로의 전류: 에너지 방법

이상적인 전지 $\mathcal{E}$ 와 저항 R 로 이루어진 가장 간단한 회로에서 전류 i 를 구해 보자.

시간 dt 동안 전하 $dq = i dt$ 가 회로의 임의 단면을 통과한다.

- 전지가 이 전하에 하는 일:

$$dW = \mathcal{E} dq = \mathcal{E} i dt$$

- 같은 시간 동안 저항에서 열로 소산되는 에너지 (26장):

$$dE_{\text{열}} = i^2 R dt$$

도선의 저항은 무시하므로, **에너지 보존**에 의해 두 양이 같아야 한다.

에너지 방법 계속

에너지 보존을 식으로 쓰면:

$$\mathcal{E} i dt = i^2 R dt$$

양변을 $i dt$ 로 나누면:

$$\mathcal{E} = iR$$

따라서 전류는:

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

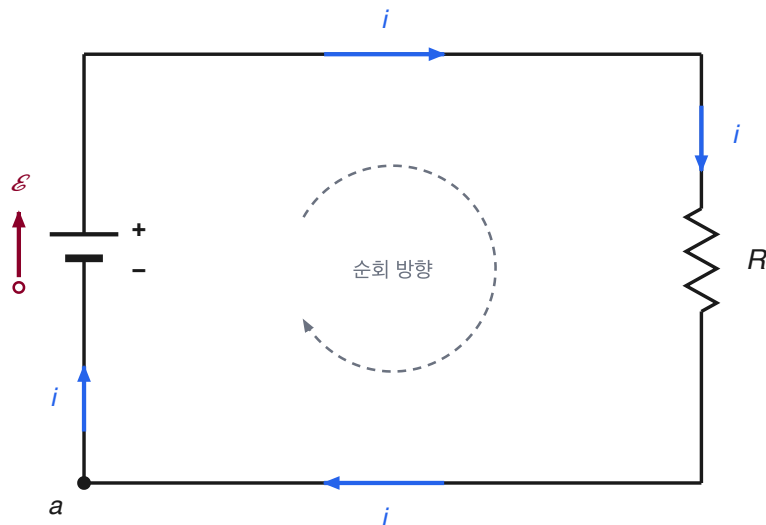
물리적 의미: 전지가 단위 전하에 준 에너지($\mathcal{E}$)가 저항에서 단위 전하가 잃는 에너지(iR)와 같다.

전위 방법: 루프 법칙

같은 답을 **전위(potential)** 로도 얻을 수 있다. 회로의 한 점에서 출발해 한 바퀴 돌아 제자리로 오면, 전위도 원래 값으로 돌아와야 한다.

루프 법칙(loop rule) : 회로의 임의의 닫힌 루프를 한 바퀴 돌 때 만나는 전위 변화의 대수적 합은 0이다.

단일 루프 회로: 이상적인 전지와 저항



$$\text{루프 법칙: } +\mathcal{E} - iR = 0 \rightarrow i = \mathcal{E}/R$$

키르히호프(Kirchhoff)의 전압 법칙 이라고도 한다. 산에서 출발점으로 되 돌아오면 고도 변화의 합이 0인 것과 같다.

루프 법칙 적용

점 a (전위 V_a)에서 출발해 시계 방향으로 한 바퀴 돌아 보자.

- 전지를 $-$ 단자에서 $+$ 단자로 통과: 전위가 $\mathcal{E}$ 만큼 **올라간다** $\rightarrow +\mathcal{E}$
- 저항을 전류 방향으로 통과: 전위가 **내려간다** $\rightarrow -iR$
- 도선에서는 전위 변화 없음 (저항 무시)

$$V_a + \mathcal{E} - iR = V_a$$

V_a 가 소거되고:

$$\mathcal{E} - iR = 0 \quad \Rightarrow \quad i = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

에너지 방법과 같은 결과다. 반시계 방향으로 돌면 $-\mathcal{E} + iR = 0$ — 역시 같은 답.

두 가지 통행 규칙

복잡한 회로에서도 쓸 수 있도록 규칙으로 정리하자.

저항 법칙(resistance rule) : 저항을 전류 방향으로 지나면 전위 변화는 $-iR$, 전류 반대 방향으로 지나면 $+iR$.

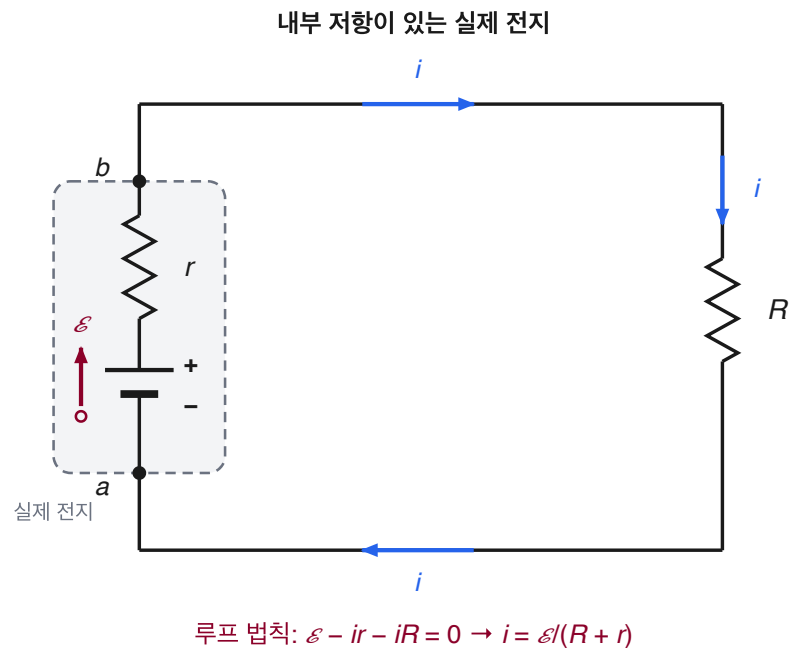
기전력 법칙(emf rule) : 이상적인 기전력 장치를 기전력 화살표 방향 ($- \rightarrow +$)으로 지나면 $+\mathcal{E}$, 반대 방향으로 지나면 $-\mathcal{E}$.

기억법:

- 전류는 저항에서 전위가 높은 쪽에서 낮은 쪽으로 흐른다 (전류 따라가면 내리막)
- 순회 방향은 시계·반시계 어느 쪽이든 상관없다 — **부호만 일관되게**

내부 저항이 있는 실제 전지

실제 전지는 내부의 화학 물질 자체가 저항 r 을 갖는다. 이상적인 전지 $\mathcal{E}$ 와 저항 r 이 직렬로 들어 있는 것처럼 그린다.



r 은 전지에서 떼어낼 수 없는, 전지 내부 재료의 저항이다.

실제 전지가 연결된 회로의 전류

점 a 에서 시계 방향으로 루프 법칙을 적용하면:

$$\mathcal{E} - ir - iR = 0$$

i 에 대해 풀면:

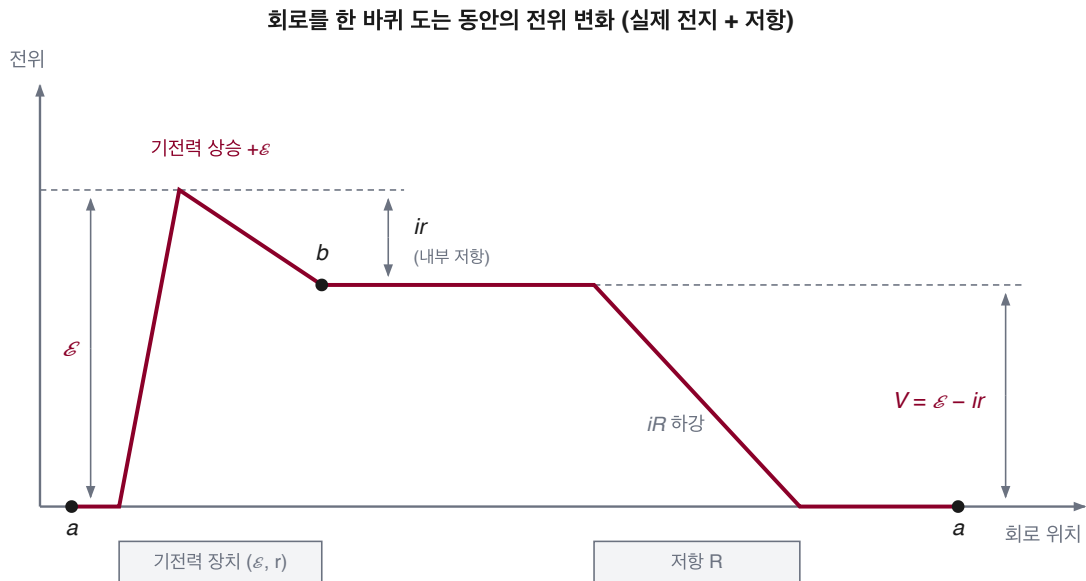
$$i = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$$

- $r = 0$ 이면 이상적인 전지의 결과 $i = \mathcal{E}/R$ 로 돌아간다
- 내부 저항은 회로에 직렬로 저항이 하나 더 있는 것과 같은 효과

전지가 오래되면 r 이 커져서, 같은 기전력이라도 흘릴 수 있는 전류가 줄어든다.

회로 한 바퀴: 전위의 오르내림

회로를 따라 이동하며 전위를 그래프로 그려 보면 루프 법칙이 한눈에 보인다.

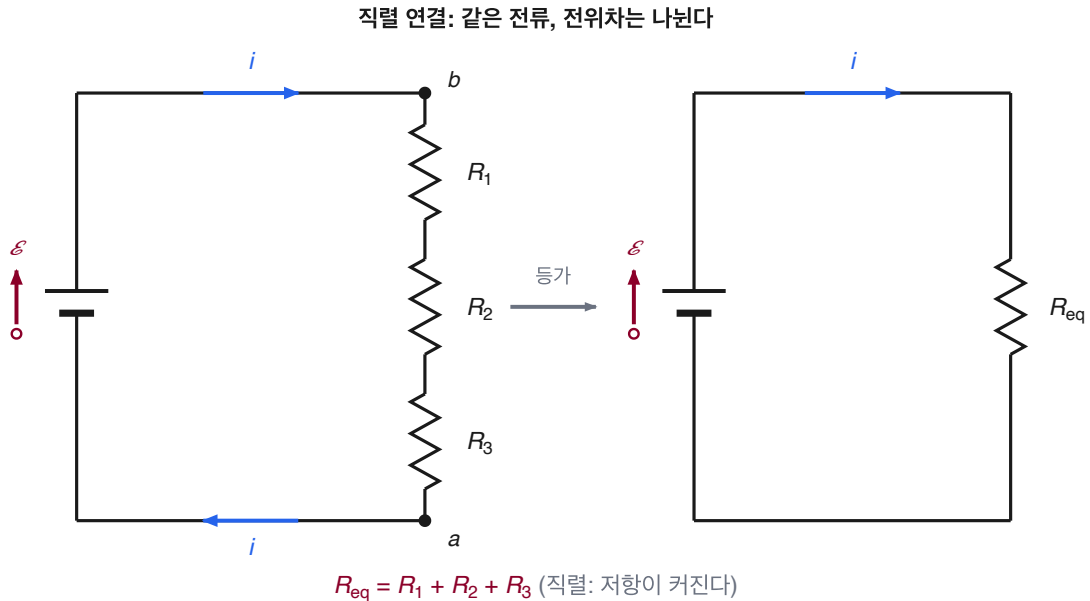


한 바퀴 돌아 제자리로: $+\epsilon - ir - iR = 0$ (전위 변화의 합 = 0)

전위 산을 오르내리다 출발점으로 돌아오면 반드시 원래 높다: $+\epsilon - ir - iR = 0$.

직렬 저항

저항 여러 개가 **직렬(in series)** 로 연결되면, 전하가 지나갈 길이 하나뿐이므로 모든 저항에 **같은 전류** 가 흐른다.



- 각 저항의 전위차를 모두 합하면 전지가 걸어준 전체 전위차 V 가 된다
- 직렬 조합은 같은 i 와 같은 전체 전위차를 갖는 **등가 저항(equivalent resistance)** R_{eq} 하나로 바꿀 수 있다

직렬 등가 저항의 유도

왼쪽 회로에 루프 법칙 적용 (시계 방향):

$$\mathcal{E} - iR_1 - iR_2 - iR_3 = 0 \quad \Rightarrow \quad i = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2 + R_3}$$

등가 회로에 루프 법칙 적용:

$$\mathcal{E} - iR_{\text{eq}} = 0 \quad \Rightarrow \quad i = \frac{\mathcal{E}}{R_{\text{eq}}}$$

두 식에서 같은 i 가 나와야 하므로:

$$R_{\text{eq}} = \sum_{j=1}^n R_j \quad (n\text{개 직렬})$$

직렬 등가 저항은 어떤 개별 저항보다도 **크다**.

두 점 사이의 전위차

회로의 두 점 사이 전위차는 **아무 경로나 따라가며 전위 변화를 더하면** 된다.

내부 저항 r 이 있는 전지의 단자 a 에서 b 까지, 전지를 통과하는 경로로 가보자.

$$V_a + \mathcal{E} - ir = V_b$$

$$V_b - V_a = \mathcal{E} - ir$$

$i = \mathcal{E}/(R + r)$ 을 대입하면:

$$V_b - V_a = \mathcal{E} - \frac{\mathcal{E}}{R + r} r = \frac{\mathcal{E}}{R + r} R$$

반대쪽 경로(저항 R 쪽)로 가도 $V_b - V_a = iR -$ **같은 결과** 다. 전위차는 경로와 무관하다.

단자 전압

$V = V_b - V_a$ 를 전지의 **단자 전압(terminal voltage)** 이라 한다.

$$V = \mathcal{E} - ir$$

- 전류가 흐르지 않으면 ($i = 0$): $V = \mathcal{E}$
- 정상 방향으로 방전 중이면: $V < \mathcal{E}$ — 내부 저항에서 ir 만큼 깎인다
- 거꾸로 충전 중이면 (전류가 + 단자로 들어감): $V = \mathcal{E} + ir > \mathcal{E}$

전지에 "1.5 V"라고 쓰여 있어도, 전류를 흘리는 동안 단자 전압은 그보다 낮다.

예제 1: 내부 저항이 있는 전지

기전력 $\mathcal{E} = 12 \text{ V}$, 내부 저항 $r = 2.0 \Omega$ 인 전지에 외부 저항 $R = 4.0 \Omega$ 을 연결했다. (a) 전류와 (b) 단자 전압을 구하라.

(a) 전류 : 루프 법칙 $\mathcal{E} - ir - iR = 0$ 에서

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R + r} = \frac{12}{4.0 + 2.0} = 2.0 \text{ A}$$

(b) 단자 전압 :

$$V = \mathcal{E} - ir = 12 - (2.0)(2.0) = 8.0 \text{ V}$$

확인: 외부 저항 쪽으로 계산해도 $V = iR = (2.0)(4.0) = 8.0 \text{ V}$ 로 일치한다. 12 V 전지인데 단자에는 8.0 V만 걸린다!

회로의 접지

회로의 한 점을 지구에 도체로 연결하는 것을 **접지(grounding)** 라 한다.
회로도에서는 아래로 갈수록 짧아지는 세 가로줄 기호로 그린다.

- 접지는 그 점의 전위를 **0으로 정의** 하는 것과 같다
- 접지 하나만 연결하는 것은 회로의 전류 분포를 **바꾸지 않는다** — 기준점만 정한다

예제 1의 회로에서 ($V_b - V_a = 8.0 \text{ V}$):

- 점 a 를 접지하면: $V_a = 0, V_b = +8.0 \text{ V}$
- 점 b 를 접지하면: $V_b = 0, V_a = -8.0 \text{ V}$

전위의 절대값은 기준 나름이고, **전위차** 만이 물리적으로 의미가 있다.

전력, 전위, 기전력

실제 전지가 전류 i 를 흘릴 때 에너지가 어디로 가는지 따져 보자. 전지가 전하 운반자에게 넘겨주는 알짜 전력은:

$$P = iV = i(\mathcal{E} - ir) = i\mathcal{E} - i^2r$$

- i^2r 항은 내부 저항에서 열로 사라지는 전력:

$$P_r = i^2r$$

- 남은 $i\mathcal{E}$ 항이 전지의 화학 에너지가 소모되는 비율:

$$P_{\text{emf}} = i\mathcal{E}$$

즉 화학 에너지 $i\mathcal{E}$ 중 일부(i^2r)는 전지 내부에서 열이 되고, 나머지(iV)만 외부 회로로 나간다.

예제 1 계속: 에너지는 어디로 가는가

예제 1의 회로($\mathcal{E} = 12 \text{ V}$, $r = 2.0 \, \Omega$, $R = 4.0 \, \Omega$, $i = 2.0 \text{ A}$)에서 전력 배분을 계산해 보자.

- 전지의 화학 에너지 소모율:

$$P_{\text{emf}} = i\mathcal{E} = (2.0)(12) = 24 \text{ W}$$

- 내부 저항에서의 열 발생률:

$$P_r = i^2 r = (2.0)^2(2.0) = 8.0 \text{ W}$$

- 외부 저항에서의 열 발생률:

$$P_R = i^2 R = (2.0)^2(4.0) = 16 \text{ W}$$

검산: $8.0 + 16 = 24 \text{ W}$ — 에너지 보존이 정확히 성립한다. 전지가 뜨거워지는 이유가 바로 P_r 이다.

예제 2: 실제 전지 두 개가 있는 단일 루프

기전력이 다른 두 실제 전지가 서로 반대 방향으로 연결되어 있다.

$$\mathcal{E}_1 = 4.4 \text{ V}, \quad \mathcal{E}_2 = 2.1 \text{ V}$$

$$r_1 = 2.3 \, \Omega, \quad r_2 = 1.8 \, \Omega, \quad R = 5.5 \, \Omega$$

두 전지는 전류를 서로 반대로 밀려고 한다. $\mathcal{E}_1 > \mathcal{E}_2$ 이므로 **더 큰 기전력이 방향을 결정** 한다 — 전지 1이 이기고, 전지 2는 거꾸로 충전당한다.

전기적으로는 자동차의 방전된 배터리를 점프 케이블로 충전하는 상황과 같다.

예제 2 풀이: 전류

전류 방향(전지 1이 미는 방향)을 정하고, 그 반대로 루프를 돌며 전위 변화를 더하면:

$$-\mathcal{E}_1 + ir_1 + iR + ir_2 + \mathcal{E}_2 = 0$$

i 에 대해 풀면:

$$i = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{R + r_1 + r_2} = \frac{4.4 - 2.1}{5.5 + 2.3 + 1.8} = \frac{2.3}{9.6}$$

$$\boxed{i \approx 0.24 \text{ A} = 240 \text{ mA}}$$

분자가 두 기전력의 **차** 인 것에 주목 — 두 전지가 서로 반대로 밀기 때문이다.

예제 2 풀이: 전지 1의 단자 전압

전지 1의 - 단자(점 b)에서 + 단자(점 a)까지 전지를 통과하며 전위를 따라 가면:

$$V_b - ir_1 + \mathcal{E}_1 = V_a$$

$$V_a - V_b = \mathcal{E}_1 - ir_1 = 4.4 - (0.2396)(2.3)$$

$$\boxed{V_a - V_b \approx 3.8 \text{ V}}$$

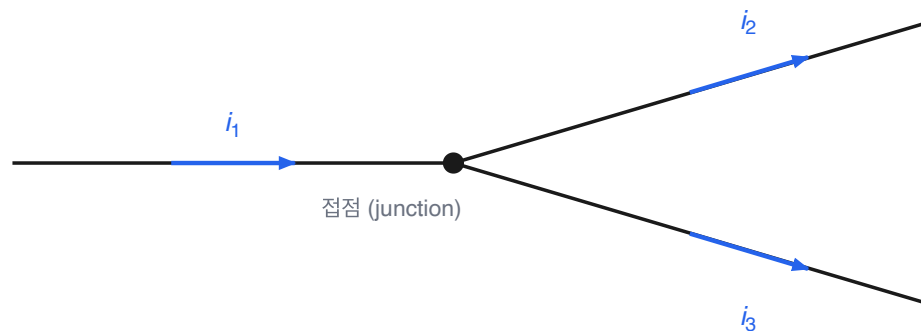
- 단자 전압(3.8 V)이 기전력(4.4 V)보다 낮다 — 내부 저항 때문
- 전위차는 어느 경로로 계산해도 같다 (직접 확인해 보라)

27.2 다중 루프 회로

접점 법칙

루프가 여러 개인 회로에서는 전류가 갈라지고 합쳐진다. 도선이 만나는 점을 **접점(junction)** 이라 한다.

접점 법칙: 들어온 전류 = 나간 전류



$$i_1 = i_2 + i_3 \text{ — 접점에 전하가 쌓이지 않는다 (전하 보존)}$$

접점 법칙(junction rule) : 접점으로 들어오는 전류의 합은 나가는 전류의 합과 같다.

키르히호프의 전류 법칙 이라고도 한다. 정상 전류에서는 접점에 전하가 쌓이거나 사라질 수 없다는 **전하 보존** 의 표현이다.

회로 분석의 두 도구

이제 어떤 회로든 분석할 수 있는 도구가 갖춰졌다.

법칙	내용	근거
루프 법칙	닫힌 루프의 전위 변화 합 = 0	에너지 보존
접점 법칙	들어온 전류 = 나간 전류	전하 보존

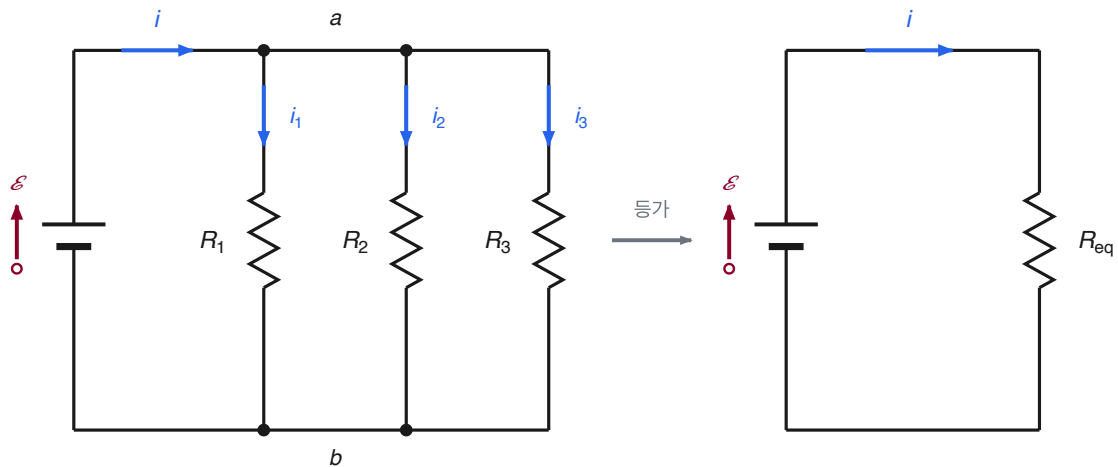
분석 절차:

1. 각 가지(branch)에 전류 이름과 방향을 **임의로** 정한다
2. 접점 법칙과 루프 법칙으로 미지수 개수만큼 **독립된 방정식** 을 세운다
3. 연립방정식을 푼다 — 답이 음수면 실제 방향이 가정과 반대라는 뜻

병렬 저항

저항들이 **병렬(in parallel)** 로 연결되면, 양쪽 끝이 각각 같은 접점에 묶여 있으므로 모든 저항에 **같은 전위차 V** 가 걸린다.

병렬 연결: 같은 전위차, 전류는 나뉜다



$$1/R_{eq} = 1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3 \text{ (병렬: 저항이 작아진다)}$$

- 전류는 접점에서 갈라져 각 저항으로 나뉘어 흐른다
- 병렬 조합도 등가 저항 R_{eq} 하나로 바꿀 수 있다

병렬 등가 저항의 유도

각 저항에 걸린 전위차는 모두 V 이므로, 각 가지의 전류는:

$$i_1 = \frac{V}{R_1}, \quad i_2 = \frac{V}{R_2}, \quad i_3 = \frac{V}{R_3}$$

접점 a 에 접점 법칙을 적용하면:

$$i = i_1 + i_2 + i_3 = V \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)$$

등가 저항이라면 $i = V/R_{\text{eq}}$ 이어야 하므로:

$$\boxed{\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \sum_{j=1}^n \frac{1}{R_j} \quad (n\text{개 병렬})}$$

병렬 연결의 성질

두 개일 때는 곱을 합으로 나눈 꼴이 편리하다:

$$R_{\text{eq}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

- 병렬 등가 저항은 어떤 개별 저항보다도 **작다** — 전류가 지나갈 길이 늘어나기 때문
- 같은 저항 R 두 개를 병렬로: $R_{\text{eq}} = R/2$, n 개면 R/n

가정의 콘센트들은 모두 **병렬** 연결이다. 그래서 어느 기기든 같은 220 V를 받고, 하나를 꺼도 나머지는 계속 작동한다.

직렬 vs 병렬 정리

구분	직렬	병렬
공통인 양	전류 i	전위차 V
저항	$R_{eq} = \sum R_j$	$\frac{1}{R_{eq}} = \sum \frac{1}{R_j}$
등가 저항 크기	커진다	작아진다
축전기 (25장)	$\frac{1}{C_{eq}} = \sum \frac{1}{C_j}$	$C_{eq} = \sum C_j$

주의: 저항과 축전기는 직렬·병렬 공식이 **서로 반대** 꼴이다. 헷갈리지 말 것!

예제 3: 직렬과 병렬의 혼합

이상적인 전지 $\mathcal{E} = 12\text{ V}$ 에 네 저항이 연결되어 있다. $R_1 = 20\ \Omega$ 은 전지와 직렬, 그 다음 $R_2 = 20\ \Omega$ 과 $R_3 = 30\ \Omega$ 이 병렬, 마지막으로 $R_4 = 8.0\ \Omega$ 이 직렬이다.

(a) 전지를 지나는 전류는?

전략 : 병렬 부분을 등가 저항으로 바꿔 단일 루프로 만든다.

$$R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{(20)(30)}{20 + 30} = \frac{600}{50} = 12\ \Omega$$

이제 회로는 R_1 , R_{23} , R_4 가 직렬인 단일 루프다.

예제 3 풀이 (a): 전체 전류

직렬 등가 저항:

$$R_{\text{eq}} = R_1 + R_{23} + R_4 = 20 + 12 + 8.0 = 40 \, \Omega$$

루프 법칙 $\mathcal{E} - i_1 R_{\text{eq}} = 0$ 에서:

$$i_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_{\text{eq}}} = \frac{12}{40} = 0.30 \, \text{A}$$

주의할 점: R_1 과 R_2 는 직렬이 **아니다**. R_1 을 지난 전류는 접점에서 갈라져 일부만 R_2 로 가기 때문이다. 직렬은 "같은 전류가 차례로 통과"할 때만 성립한다.

예제 3 풀이 (b)(c): 병렬 가지의 전류

이제 **거꾸로 풀어 나간다**. 병렬 조합 R_{23} 에는 전체 전류 $i_1 = 0.30 \text{ A}$ 가 흐르므로, 그 양단의 전위차는:

$$V_{23} = i_1 R_{23} = (0.30)(12) = 3.6 \text{ V}$$

병렬이므로 R_2, R_3 각각에 같은 3.6 V 가 걸린다:

$$i_2 = \frac{V_{23}}{R_2} = \frac{3.6}{20} = 0.18 \text{ A}, \quad i_3 = \frac{V_{23}}{R_3} = \frac{3.6}{30} = 0.12 \text{ A}$$

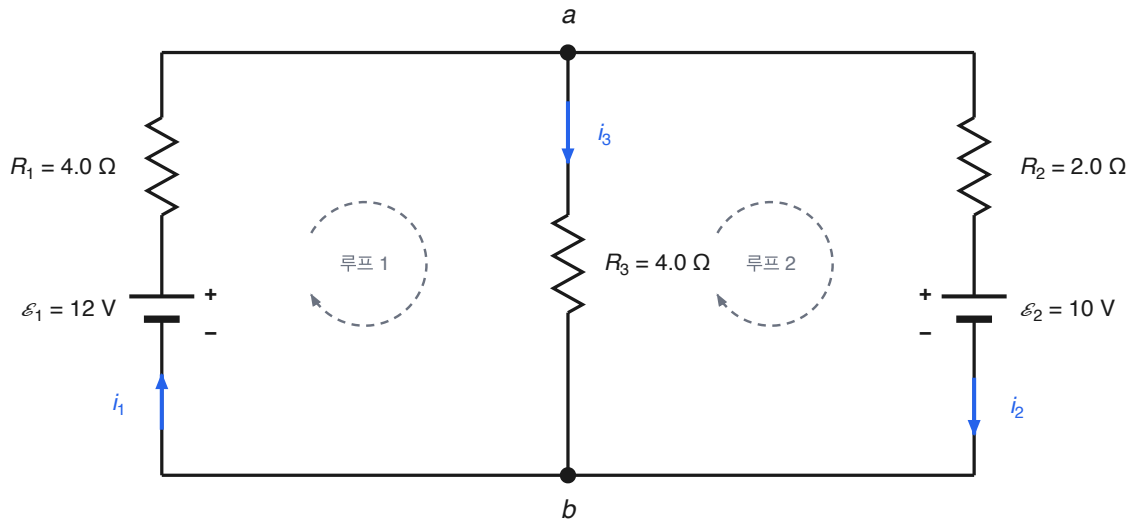
검산 (접점 법칙): $i_2 + i_3 = 0.18 + 0.12 = 0.30 \text{ A} = i_1 \checkmark$

저항이 작은 가지(R_2)로 더 많은 전류가 흐른다.

예제 4: 다중 루프 회로와 연립방정식

등가 저항으로 단순화할 수 없는 회로도 있다. 그때는 정공법 — 키르히호프 법칙으로 연립방정식을 세운다.

다중 루프 회로: 접점 2개, 가지 3개, 루프 2개



접점 a: $i_1 = i_2 + i_3$ (화살표는 가정한 방향 — 답이 음수면 반대 방향)

$$\mathcal{E}_1 = 12 \text{ V}, \quad \mathcal{E}_2 = 10 \text{ V}, \quad R_1 = 4.0 \, \Omega, \quad R_2 = 2.0 \, \Omega, \quad R_3 = 4.0 \, \Omega$$

세 가지의 전류 i_1, i_2, i_3 의 크기와 방향을 구하라. (그림의 화살표는 **가정한** 방향)

예제 4: 방정식 세우기

접점 법칙 — 접점 a 에서 (i_1 은 들어오고 i_2, i_3 는 나간다):

$$i_1 = i_2 + i_3 \quad (1)$$

루프 1 (왼쪽 루프, b 에서 시계 방향: 왼쪽 가지 $\uparrow \rightarrow$ 가운데 가지 $\downarrow$):

$$+\mathcal{E}_1 - i_1 R_1 - i_3 R_3 = 0 \quad \Rightarrow \quad 12 - 4.0 i_1 - 4.0 i_3 = 0 \quad (2)$$

루프 2 (오른쪽 루프, b 에서 시계 방향: 가운데 가지 $\uparrow \rightarrow$ 오른쪽 가지 $\downarrow$):

$$+i_3 R_3 - i_2 R_2 - \mathcal{E}_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad 4.0 i_3 - 2.0 i_2 - 10 = 0 \quad (3)$$

- 가운데 가지를 거슬러 오르면(i_3 반대 방향) 전위가 $+i_3 R_3$ 만큼 오른다
- 전지 2는 + 단자가 위이므로, 아래로 내려가며 지나면 $-\mathcal{E}_2$

예제 4: 연립방정식 풀기

식 (1)을 식 (2)에 대입하면 ($i_1 = i_2 + i_3$):

$$12 - 4.0(i_2 + i_3) - 4.0 i_3 = 0 \quad \Rightarrow \quad i_2 + 2i_3 = 3.0 \quad (2')$$

식 (3)을 정리하면:

$$2i_3 - i_2 = 5.0 \quad (3')$$

(2')와 (3')를 더하면 i_2 가 소거된다:

$$4i_3 = 8.0 \quad \Rightarrow \quad i_3 = 2.0 \text{ A}$$

거꾸로 대입: $i_2 = 2(2.0) - 5.0 = -1.0 \text{ A}$, $i_1 = i_2 + i_3 = 1.0 \text{ A}$

예제 4: 검산과 해석

검산 — 세 식에 모두 넣어 본다:

- 접점: $1.0 = (-1.0) + 2.0 \checkmark$
- 루프 1: $12 - 4.0(1.0) - 4.0(2.0) = 12 - 4 - 8 = 0 \checkmark$
- 루프 2: $4.0(2.0) - 2.0(-1.0) - 10 = 8 + 2 - 10 = 0 \checkmark$

해석 :

- $i_1 = 1.0 \text{ A}$, $i_3 = 2.0 \text{ A}$: 가정한 방향 그대로
- $i_2 = -1.0 \text{ A}$: **음수** — 실제 전류는 가정과 반대로, 오른쪽 가지에서 **위로** 1.0 A
- 결국 두 전지가 모두 가운데 저항 R_3 에 전류를 보내고 있다: $1.0 + 1.0 = 2.0 \text{ A}$

방향 교정은 모든 전류를 다 구한 **다음 마지막에** 하라. 계산 도중에 바꾸면 부호가 꼬인다.

쉬어가기: 전기뱀장어의 회로

남미의 전기뱀장어는 **전기판(electroplaque)** 이라는 생체 기전력 세포를 갖고 있다.

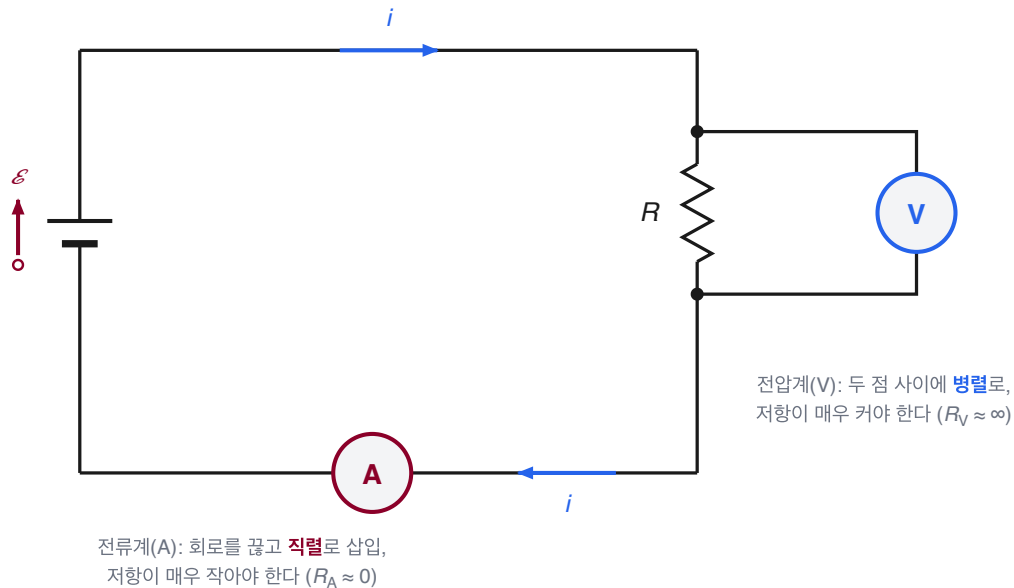
- 세포 하나: $\mathcal{E} = 0.15 \text{ V}$, $r = 0.25 \Omega$ — 아주 약하다
- 한 줄에 5000개 **직렬**: $\mathcal{E}_{\text{row}} = 5000 \times 0.15 = 750 \text{ V}$!
- 이런 줄이 140개 **병렬**: 내부 저항이 $1250/140 \approx 8.9 \Omega$ 까지 낮아진다

직렬로 전압을 키우고 병렬로 내부 저항을 줄이는, 교과서적인 회로 설계다. 주변 물로 약 1 A의 전류를 흘려 먹잇감을 기절시키지만, 각 줄에는 전체의 1/140만 흐르므로 자신은 안전하다.

27.3 전류계와 전압계

전류는 직렬로, 전압은 병렬로

전류계와 전압계의 연결



- **전류계(ammeter)** : 잴 전류가 계기를 **직접 통과** 해야 하므로 회로를 끊고 **직렬**로 삽입
 - 조건: $R_A \ll$ 회로 저항 — 안 그러면 계기가 전류를 바꿔 버린다
- **전압계(voltmeter)** : 두 점 사이에 **병렬**로 연결
 - 조건: $R_V \gg$ 측정 대상 저항 — 안 그러면 전류가 계기로 새서 전위차가 바뀐다

멀티미터

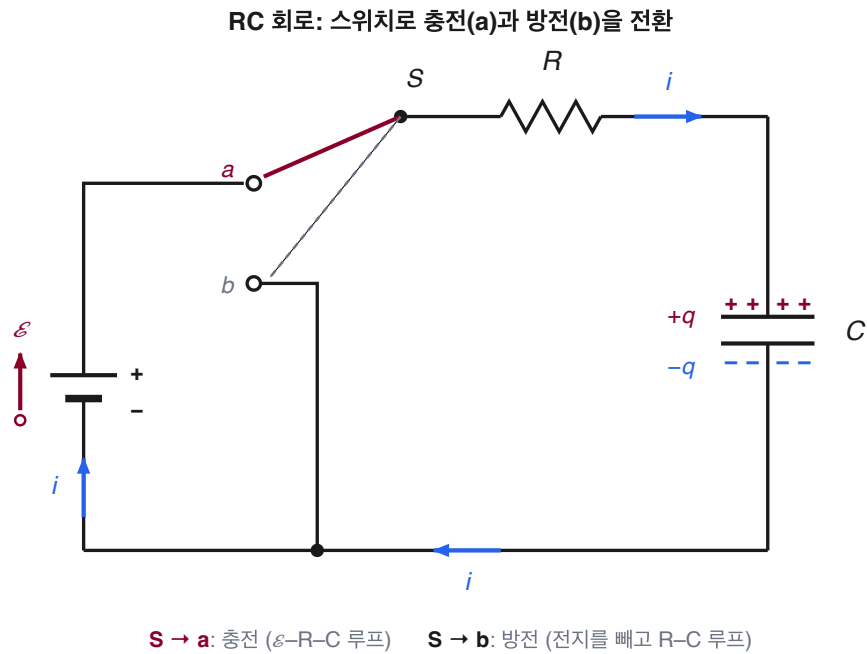


실험실에서 쓰는 **멀티미터(multimeter)** 는 스위치로 전류계·전압계·저항계(ohmmeter)를 전환하는 만능 계측기다. 물리 실험 시간에 반드시 만나게 된다.

27.4 RC 회로

시간에 따라 변하는 전류

지금까지의 회로에서는 전류가 시간에 대해 일정했다. 저항 R 에 **축전기 (capacitor)** C 를 더하면 상황이 달라진다 — 전류가 시간에 따라 변한다.



- 스위치를 a 에 붙이면: 전지가 축전기를 **충전** — $\mathcal{E}$ - R - C 루프
- 스위치를 b 에 붙이면: 축전기가 저항을 통해 **방전** — R - C 루프

충전 회로의 미분방정식

처음에 축전기는 비어 있다 ($q = 0$). $t = 0$ 에 스위치를 a 에 붙이고, 루프 법칙을 시계 방향으로 적용하면:

$$\mathcal{E} - iR - \frac{q}{C} = 0$$

마지막 항은 축전기 양단의 전위차 $V_C = q/C$ — 위쪽 판(+)에서 아래쪽 판(-)으로 내려가므로 음의 부호다.

미지수가 i 와 q 두 개지만, 둘은 독립이 아니다:

$$i = \frac{dq}{dt}$$

대입하고 정리하면 $q(t)$ 에 대한 **미분방정식** 을 얻는다:

$$\boxed{R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = \mathcal{E}} \quad (\text{충전 방정식})$$

충전 방정식 풀기 1: 일반해

양변을 R 로 나누면:

$$\frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

이런 1차 선형 미분방정식의 일반해는 (특수해) + (지수적으로 사라지는 항)의 꼴이다:

$$q = q_p + K e^{-at}, \quad a = \frac{1}{RC}$$

특수해 q_p 찾기: 충전이 끝난 후에는 더 이상 변화가 없으므로 $dq/dt = 0$ 으로 놓으면

$$\frac{q_p}{RC} = \frac{\mathcal{E}}{R} \Rightarrow q_p = C\mathcal{E}$$

이것이 최종(평형) 전하다 — $q = CV$ 에서 $V_C = \mathcal{E}$ 가 될 때의 값.

충전 방정식 풀기 2: 초기 조건

일반해에 $q_p = C\mathcal{E}$ 를 넣으면:

$$q = C\mathcal{E} + Ke^{-t/RC}$$

초기 조건 : $t = 0$ 에서 $q = 0$ 이어야 하므로

$$0 = C\mathcal{E} + K \quad \Rightarrow \quad K = -C\mathcal{E}$$

따라서:

$$q = C\mathcal{E} - C\mathcal{E} e^{-t/RC}$$

$$\boxed{q(t) = C\mathcal{E} \left(1 - e^{-t/RC}\right)} \quad (\text{충전})$$

검사: $t = 0$ 이면 $q = 0$ ✓, $t \rightarrow \infty$ 이면 $q \rightarrow C\mathcal{E}$ ✓

충전 전류와 축전기 전압

$q(t)$ 를 미분하면 충전 전류가 나온다:

$$\boxed{i = \frac{dq}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-t/RC}} \quad (\text{충전})$$

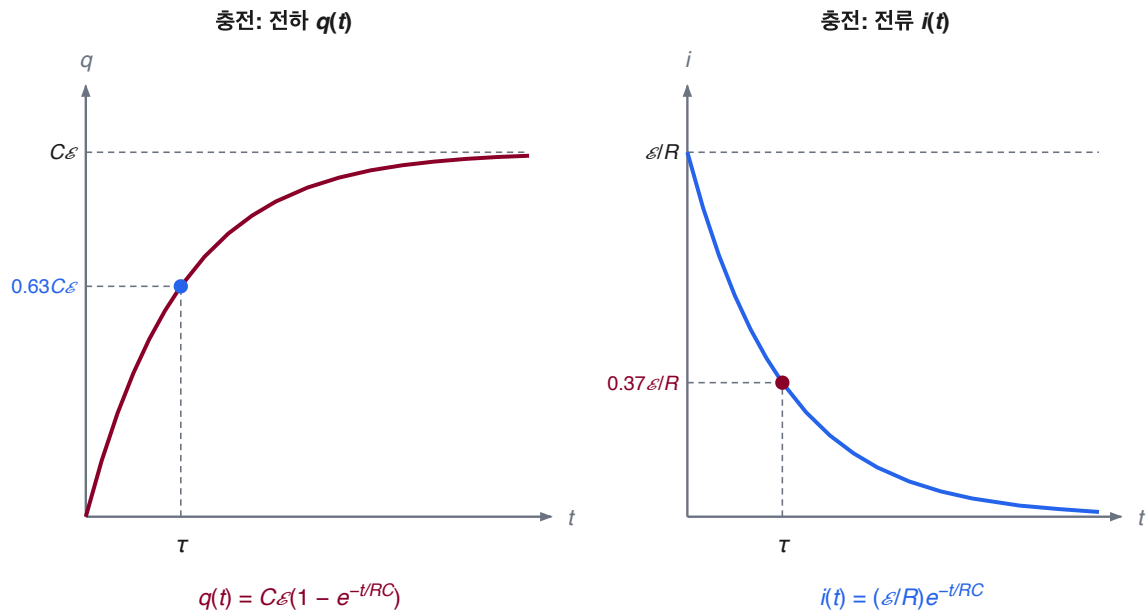
축전기 양단의 전위차는:

$$V_C = \frac{q}{C} = \mathcal{E} \left(1 - e^{-t/RC}\right)$$

극한에서의 행동을 보면 축전기의 성격이 드러난다:

- $t = 0: i = \mathcal{E}/R$ (최대), $V_C = 0 \rightarrow$ 갓 충전을 시작한 축전기는 **그냥 도선** 처럼 행동
- $t \rightarrow \infty: i \rightarrow 0, V_C \rightarrow \mathcal{E} \rightarrow$ 완전히 충전된 축전기는 **끊어진 도선** 처럼 행동

충전 곡선



- 전하는 0에서 $C\mathcal{E}$ 를 향해 **포화** 곡선으로 증가
- 전류는 $\mathcal{E}/R$ 에서 시작해 지수적으로 **감소** — 축전기가 찰수록 전류가 줄는다

시간 상수 $\tau = RC$

지수 함수의 인자는 무차원이어야 하므로 RC 는 시간의 차원을 갖는다. 실제로:

$$1\ \Omega \times 1\ \text{F} = \frac{1\ \text{V}}{1\ \text{A}} \times \frac{1\ \text{C}}{1\ \text{V}} = \frac{1\ \text{C}}{1\ \text{C/s}} = 1\ \text{s}$$

$$\boxed{\tau = RC} \quad (\text{용량성 시간 상수})$$

$t = \tau$ 일 때 충전 전하는:

$$q = C\mathcal{E} (1 - e^{-1}) = 0.63 C\mathcal{E}$$

- 한 시간 상수 동안 최종값의 **63%** 까지 충전된다
- τ 가 크면 (큰 R , 큰 C) 충전이 느리다: $\tau = 1\ \mu\text{s}$ 짜리는 순식간에, $\tau = 100\ \text{s}$ 짜리는 천천히

시뮬레이션: RC 회로 — R, C를 바꾸고 충전/방전을 전환하며 $q(t)$, $i(t)$ 와
시간 상수 τ 관찰

축전기의 방전

완전히 충전된 축전기($q_0 = CV_0$)에서 스위치를 b 로 옮기면, 전지가 빠진 R - C 루프가 된다. 충전 방정식에서 $\mathcal{E} = 0$ 으로 놓으면:

$$R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

변수를 분리해서 풀 수 있다:

$$\frac{dq}{q} = -\frac{dt}{RC}$$

양변을 적분하면 ($t = 0$ 에서 $q = q_0$):

$$\ln \frac{q}{q_0} = -\frac{t}{RC}$$

$$\boxed{q(t) = q_0 e^{-t/RC}} \quad (\text{방전})$$

방전 전류

방전 전하를 미분하면:

$$i = \frac{dq}{dt} = -\frac{q_0}{RC} e^{-t/RC} \quad (\text{방전})$$

- 음의 부호: 전하가 **줄어드는 중** 이고, 전류가 충전 때와 반대 방향이라는 뜻
 - 초기 전류의 크기는 $i_0 = q_0/RC = V_0/R$ — 루프 법칙으로도 바로 확인된다 ($t = 0$ 에 축전기 전압 V_0 가 그대로 R 에 걸리므로)
 - $t = \tau$ 일 때 남은 전하: $q = q_0 e^{-1} = 0.37 q_0$ — 처음의 **37%**
- 충전이든 방전이든, 변화의 빠르기는 오직 $\tau = RC$ 가 결정한다.

예제 5: RC 회로의 수치 계산

$\mathcal{E} = 10 \text{ V}$, $R = 2.0 \text{ k}\Omega$, $C = 500 \text{ }\mu\text{F}$ 인 충전 회로에서 (a) 시간 상수, (b) 최종 전하, (c) 초기 전류, (d) 전하가 최종값의 절반이 되는 시간을 구하라.

(a) $\tau = RC = (2.0 \times 10^3)(500 \times 10^{-6}) = 1.0 \text{ s}$

(b) $q_{\max} = C\mathcal{E} = (500 \times 10^{-6})(10) = 5.0 \times 10^{-3} \text{ C} = 5.0 \text{ mC}$

(c) $i_0 = \mathcal{E}/R = 10/(2.0 \times 10^3) = 5.0 \text{ mA}$

(d) $\frac{1}{2} = 1 - e^{-t/\tau}$ 에서 $e^{-t/\tau} = \frac{1}{2}$. 양변에 자연로그를 취하면:

$$t = \tau \ln 2 = (1.0)(0.693) \approx 0.69 \text{ s}$$

절반까지는 0.69τ — 63%가 되는 τ 보다 짧다.

RC 회로는 어디에 쓰일까

"저항으로 충전 속도를 조절하고, 축전기에 모았다가 한 번에 쓴다."

- **카메라 플래시** : 축전기를 천천히 충전한 뒤 순간적으로 방전 — 작은 전지로 밝은 섬광
- **자동차 와이퍼 간헐 모드** : τ 를 바꿔 와이퍼가 움직이는 시간 간격을 조절
- **심장 제세동기** : 수천 볼트로 충전한 축전기를 심장에 순간 방전
- **신호등·경고등의 점멸**, 전자회로의 **타이머** 칩

시간 상수 $\tau = RC$ 가 이 모든 장치의 "박자"를 정한다.

Review & Summary

핵심 개념

- **기전력 장치** 는 전하를 저전위에서 고전위로 퍼올려 전위차를 유지한다:
 $\mathcal{E} = dW/dq$
- **루프 법칙** : 닫힌 루프의 전위 변화 합 = 0 (에너지 보존)
- **접점 법칙** : 들어온 전류 = 나간 전류 (전하 보존)
- 실제 전지의 단자 전압은 $V = \mathcal{E} - ir$ — 방전 중에는 기전력보다 낮다
- **직렬** 은 같은 전류, **병렬** 은 같은 전위차
- 전류계는 직렬($R_A \approx 0$), 전압계는 병렬($R_V \approx \infty$)
- RC 회로의 충전·방전은 시간 상수 $\tau = RC$ 가 지배하는 지수함수 변화다

핵심 공식

개념	공식
기전력	$\mathcal{E} = dW/dq$
단일 루프 전류	$i = \mathcal{E}/(R + r)$, 단자 전압 $V = \mathcal{E} - ir$
전력	$P = iV$, $P_r = i^2 r$, $P_{\text{emf}} = i\mathcal{E}$
직렬·병렬 저항	$R_{\text{eq}} = \sum R_j$, $1/R_{\text{eq}} = \sum 1/R_j$
RC 충전	$q = C\mathcal{E}(1 - e^{-t/RC})$, $i = (\mathcal{E}/R)e^{-t/RC}$
RC 방전	$q = q_0 e^{-t/RC}$, $i = -(q_0/RC)e^{-t/RC}$, $\tau = RC$

기억할 것:

- 저항 법칙: 전류 방향으로 $-iR$, 반대로 $+iR$ / 기전력 법칙: 화살표 방향으로 $+\mathcal{E}$, 반대로 $-\mathcal{E}$
- 전류가 음수로 나오면 실제 방향이 가정과 반대 — 교정은 맨 마지막에
- $t = \tau$: 충전은 63%까지, 방전은 37%까지