

22장: 전기장

Electric Fields

지난 시간 복습: 쿨롱 법칙

두 점전하 사이의 힘은 쿨롱 법칙으로 계산할 수 있었다.

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

그런데 여기에는 찜찜한 질문이 하나 남아 있다.

두 전하는 서로 **접촉하지 않는다**. 그런데 전하 1은 전하 2가 저기 있다는 걸 어떻게 "알고" 힘을 받을까?

이런 **원격 작용(action at a distance)**의 수수께끼가 이번 장의 출발점이다.

답: 공간 자체가 변한다

이 질문에 대한 물리학의 답은 다음과 같다.

- 전하 2는 자기 주위의 **모든 공간** (진공이라도!)에 **전기장(electric field)** 을 만든다
- 전하 1은 전하 2를 직접 "느끼는" 것이 아니라, **자기가 있는 자리의 전기장** 에 반응한다
- 즉, 힘은 두 단계로 전달된다: 전하 → 장 → 다른 전하

컵을 손으로 밀면 접촉으로 힘이 전달되지만, 전하는 자신이 만든 장을 통해 밀고 당긴다.

이번 강의 세 가지 목표

1. **전기장의 정의** : 전기장이 무엇인지 정확히 정의한다

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

2. **전기장 계산** : 점전하, 쌍극자, 선전하, 원판 등 여러 전하 배치가 만드는 장을 계산한다
3. **전기장의 효과** : 전기장 속에 놓인 전하와 쌍극자가 어떤 힘과 토크를 받는지 알아본다

22.1 전기장

장(field)이란 무엇인가

장(field)은 공간의 각 점마다 물리량이 하나씩 배정된 것이다.

- 온도장(temperature field) : 강의실의 각 점마다 온도가 있다 — 크기만 있으므로 스칼라장(scalar field)
- 압력장(pressure field) : 수영장의 각 점마다 압력이 있다 — 역시 스칼라장

반면 전기장(electric field)은 각 점마다 크기와 방향을 가진 벡터가 배정된 벡터장(vector field)이다. 힘의 정보를 전달해야 하기 때문이다.

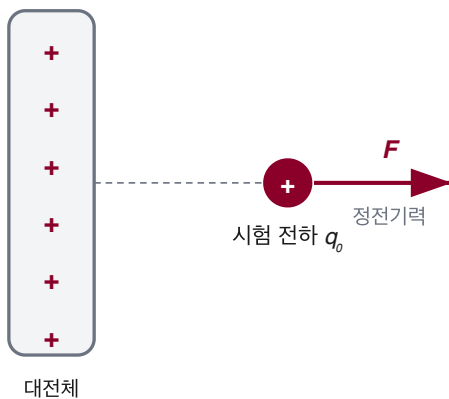
전기장의 정의

어떤 점 P 의 전기장은 이렇게 측정한다. 작은 양전하 q_0 — **시험 전하(test charge)** — 를 P 에 놓고, 그 전하가 받는 정전기력 $\vec{F}$ 를 잰다.

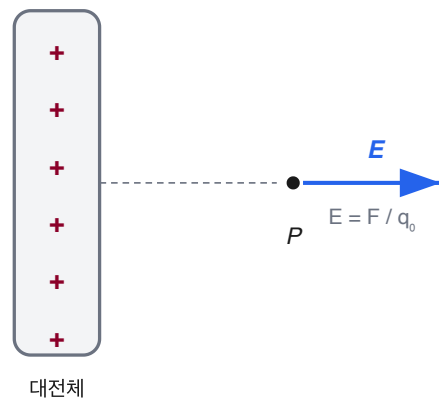
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

전기장의 정의: 시험 전하로 장을 측정한다

(a) 시험 전하 q_0 가 받는 힘



(b) 점 P 의 전기장



시험 전하를 치워도 전기장은 그 자리에 그대로 존재한다 — 장은 대전체가 만든다

$q_0 > 0$ 이므로 $\vec{E}$ 의 방향은 $\vec{F}$ 의 방향과 같다. SI 단위는 **뉴턴 매 쿨롱(N/C)** 이다.

정의에서 주의할 점

- 시험 전하는 **충분히 작아야** 한다 — 원래 대전체의 전하 분포를 흐트러뜨리지 않기 위해
- 전기장은 시험 전하와 무관하게 **원래부터 그 자리에 존재** 한다. 시험 전하는 그것을 재는 도구일 뿐
- 전기장은 **대전체가** 만든다. 시험 전하를 치워도 장은 남는다
- **힘(force)과 장(field)을 혼동하지 말 것!** 힘은 전하가 받는 것(N), 장은 공간의 성질(N/C)

측정점을 옮겨 가며 재면 공간 전체의 전기장 분포를 알 수 있다.

우리 주변의 전기장

전기장의 크기는 상황에 따라 어마어마하게 다르다.

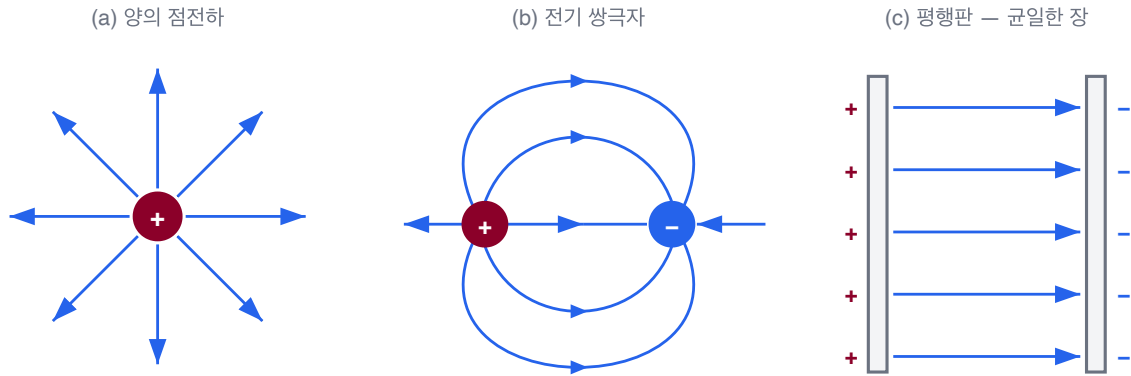
상황	전기장 크기 (N/C)
우라늄 원자핵 표면	3×10^{21}
수소 원자의 전자 위치	5×10^{11}
공기의 절연 파괴 한계	3×10^6
복사기의 대전 드럼 근처	10^5
대전된 플라스틱 빗 근처	10^3
맑은 날 지표 부근의 대기	10^2

맑은 날에도 지표에는 약 100 N/C의 전기장이 아래로 향하고 있다!

전기력선

19세기의 **마이클 패러데이(Michael Faraday)** 는 눈에 보이지 않는 전기장을 선으로 시각화하는 방법을 고안했다. 이를 **전기력선(electric field lines)** 이라 한다.

전기력선 (electric field lines)



전기력선은 양전하에서 나와서 음전하에서 끝난다 — 선이 뻗뻗할수록 장이 강하다

- 규칙 1: 각 점에서 전기장 벡터 $\vec{E}$ 는 그 점을 지나는 전기력선의 **접선** 방향
- 규칙 2: 선이 **뻗뻗한** 곳일수록 장이 **강하다** (선의 밀도 $\propto$ 장의 세기)

전기력선의 출발점과 끝점

전기력선은 양전하에서 나와서(originate) 음전하에서 끝난다(terminate).

- 양의 점전하: 사방으로 뻗어 나가는 방사형 — 끝은 (그림에 없는) 먼 음전하
- 쌍극자: 양전하에서 나와 굽어져 음전하로 들어간다
- 크고 균일하게 대전된 평행판 사이: 선들이 **평행하고 등간격** — 어디서나 크기와 방향이 같은 **균일한 전기장(uniform field)**

같은 부호의 두 전하 사이에는 선이 서로 피해 가며, 중간 지점의 장은 약해진다. 아래 시뮬레이션에서 직접 확인해 보자.

22.2 점전하의 전기장

쿨롱 법칙에서 전기장으로

점전하 q 에서 거리 r 떨어진 곳에 시험 전하 q_0 를 놓으면, 쿨롱 법칙에 의해

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q q_0}{r^2} \hat{r}$$

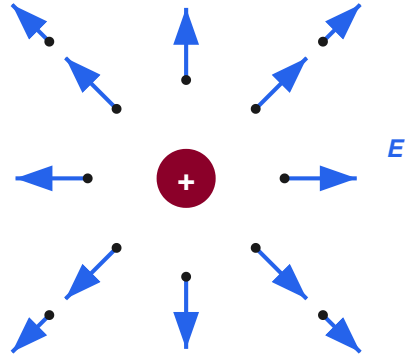
전기장의 정의에 따라 q_0 로 나누면:

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}, \quad E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q|}{r^2}}$$

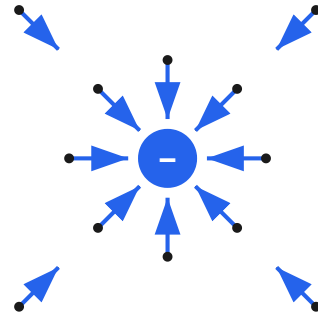
크기를 쓸 때 $|q|$ 로 절댓값을 취하는 이유: 부호는 **방향**으로 따로 생각하기 위해서다.

방향 정하기

점전하 주위의 전기장 벡터



양전하: 어디서나 전하에서 **멀어지는** 방향
가까울수록 길다 ($E \propto 1/r^2$)



음전하: 어디서나 전하를 **향하는** 방향
벡터의 꼬리가 측정점에 붙어 있다

- $q > 0$: 장은 전하에서 **멀어지는** 방향 (양의 시험 전하가 밀려나는 방향)
- $q < 0$: 장은 전하를 **향하는** 방향
- 벡터의 **꼬리** 를 측정점에 붙여서 그린다 — 화살표를 아무 데나 그리면 틀리기 쉽다!

빠른 계산: 수소 원자 속의 전기장

수소 원자에서 양성자가 전자 위치(보어 반지름 $r = 5.29 \times 10^{-11} \text{ m}$)에 만드는 전기장의 크기는?

$$E = k \frac{e}{r^2} = \frac{(8.99 \times 10^9)(1.602 \times 10^{-19})}{(5.29 \times 10^{-11})^2}$$

분자는 1.44×10^{-9} , 분모는 2.80×10^{-21} :

$$E \approx 5.1 \times 10^{11} \text{ N/C}$$

공기의 절연 파괴 한계($3 \times 10^6 \text{ N/C}$)의 십만 배가 넘는다. 원자 내부는 인간이 만드는 어떤 장치보다도 강한 전기장의 세계다.

중첩 원리

전하가 여러 개면? 시험 전하 q_0 가 받는 알짜힘은 힘의 중첩 원리에 따라 $\vec{F}_0 = \vec{F}_{01} + \vec{F}_{02} + \dots + \vec{F}_{0n}$. 양변을 q_0 로 나누면:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_0}{q_0} = \frac{\vec{F}_{01}}{q_0} + \frac{\vec{F}_{02}}{q_0} + \dots + \frac{\vec{F}_{0n}}{q_0}$$

$$\boxed{\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n}$$

전기장도 **중첩 원리(superposition principle)** 를 따른다.

주의: 이것도 **벡터 합** 이다. 각 전하가 만드는 장의 크기를 그냥 더하면 안 된다!

예제: 전기장이 0이 되는 지점

전하 $q_1 = +q$ 가 원점에, $q_2 = +4q$ 가 $x = L$ 에 고정되어 있다. 두 전하 사이에서 알짜 전기장이 0이 되는 지점은?

두 전하 사이의 점 x 에서 $\vec{E}_1$ 은 $+x$ 방향, $\vec{E}_2$ 는 $-x$ 방향이므로 크기가 같으면 상쇄된다:

$$k \frac{q}{x^2} = k \frac{4q}{(L - x)^2}$$

양변을 정리하면 $(L - x)^2 = 4x^2$, 양의 제곱근을 취하면 $L - x = 2x$:

$$x = \frac{L}{3}$$

작은 전하 쪽에 더 가까운 곳에서 균형이 맞는다. (두 전하 바깥에서는 두 장의 방향이 같아서 절대 0이 될 수 없다.)

시뮬레이션: 전기력선 놀이터 — 전하를 드래그하며 벡터장과 전기력선 관찰

22.3 전기 쌍극자의 전기장

전기 쌍극자란

크기는 같고 부호가 반대인 두 전하 $+q$, $-q$ 가 짧은 거리 d 만큼 떨어져 있는 배치를 **전기 쌍극자(electric dipole)**라 한다.

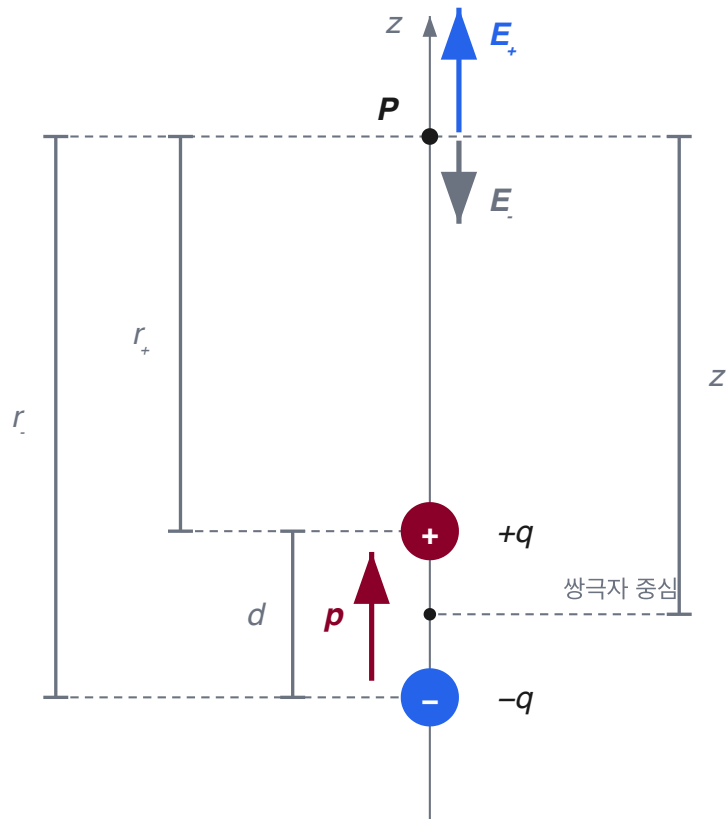
- 두 전하를 잇는 축을 **쌍극자 축(dipole axis)**이라 한다
- 물 분자, HCl 분자 등 수많은 분자가 전기적으로는 쌍극자처럼 행동한다
- 안테나에서 전파를 만드는 것도 진동하는 쌍극자다

멀리서 보면 $+q$ 와 $-q$ 가 거의 겹쳐 보여서 장이 **거의** 상쇄된다. "거의"가 핵심이다
— 완전히 상쇄되지는 않는다.

축 위의 전기장: 설정

쌍극자 축을 z 축으로 잡고, 중심에서 거리 z 인 축 위의 점 P 에서 장을 구하자.

쌍극자 축 위의 점 P 에서의 전기장



가까운 $+q$ 의 장 E_+ 가 먼 $-q$ 의 장 E_- 보다 크다 → 알짜 장은 $+z$ 방향 (p 와 같은 방향)

P 가 $+q$ 쪽에 있으면 $+q$ 까지의 거리는 $r_+ = z - \frac{d}{2}$, $-q$ 까지는 $r_- = z + \frac{d}{2}$.

유도 (1): 두 장의 차

$\vec{E}_+$ 는 $+z$ 방향, $\vec{E}_-$ 는 $-z$ 방향이므로 알짜 장의 크기는 두 크기의 차:

$$E = E_+ - E_- = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r_+^2} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r_-^2}$$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \left(z - \frac{d}{2}\right)^2} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \left(z + \frac{d}{2}\right)^2}$$

z^2 을 밖으로 빼내면:

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 z^2} \left[\left(1 - \frac{d}{2z}\right)^{-2} - \left(1 + \frac{d}{2z}\right)^{-2} \right]$$

유도 (2): 통분하기

대괄호 안을 통분하자. 분자는 제곱 차 공식으로 전개된다:

$$\left(1 + \frac{d}{2z}\right)^2 - \left(1 - \frac{d}{2z}\right)^2 = \left(1 + \frac{d}{z} + \frac{d^2}{4z^2}\right) - \left(1 - \frac{d}{z} + \frac{d^2}{4z^2}\right) = \frac{2d}{z}$$

분모는 $\left(1 - \frac{d}{2z}\right)^2 \left(1 + \frac{d}{2z}\right)^2 = \left[1 - \left(\frac{d}{2z}\right)^2\right]^2$. 따라서:

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 z^2} \cdot \frac{2d/z}{\left[1 - \left(\frac{d}{2z}\right)^2\right]^2} = \frac{qd}{2\pi\epsilon_0 z^3} \cdot \frac{1}{\left[1 - \left(\frac{d}{2z}\right)^2\right]^2}$$

여기까지는 **정확한** 식이다. 근사는 아직 쓰지 않았다.

원거리 근사와 쌍극자 모멘트

보통 관심 있는 것은 쌍극자 크기보다 훨씬 먼 곳의 장이다: $z \gg d$, 즉 $\frac{d}{2z} \ll 1$. 그러면 분모의 $\left(\frac{d}{2z}\right)^2$ 을 무시할 수 있다:

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{qd}{z^3} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{p}{z^3}$$

여기서 곱 qd 를 **전기 쌍극자 모멘트(electric dipole moment)**의 크기 p 로 정의한다.

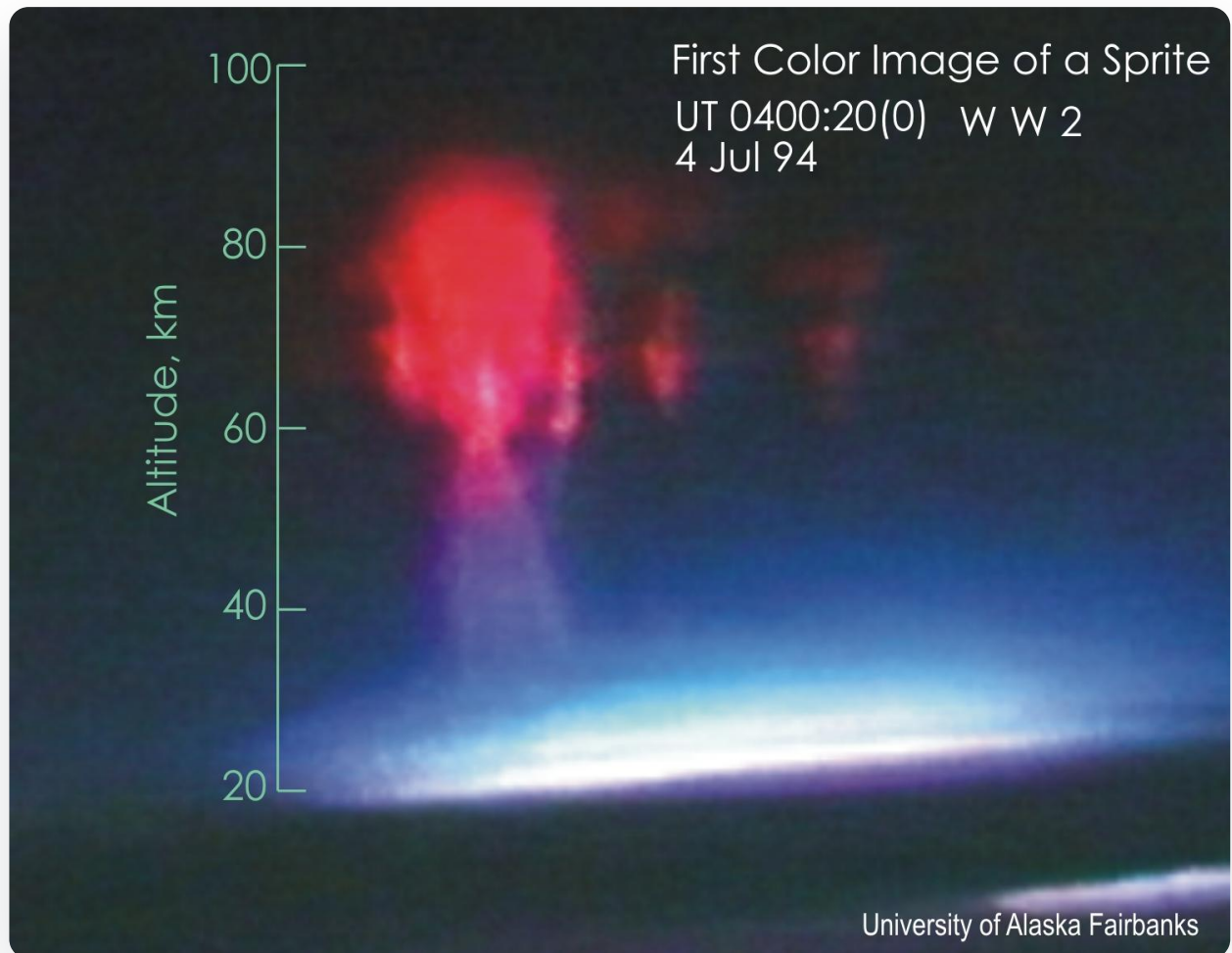
- $\vec{p}$ 의 방향: **$-q$ 에서 $+q$ 쪽으로** (단위: C·m)
- 축 위 먼 곳에서 $\vec{E}$ 의 방향은 $\vec{p}$ 의 방향과 같다 (위쪽이든 아래쪽이든!)

$1/z^3$ 이 말해주는 것

- 점전하의 장은 $1/r^2$, 쌍극자의 장은 $1/z^3$ — 쌍극자의 장이 **훨씬 빨리** 약해진다
- 이유: 멀리서 보면 $+q$ 와 $-q$ 가 거의 겹쳐 보여 두 장이 **거의 상쇄** 되기 때문
- 거리를 2배로 늘리면 점전하의 장은 $\frac{1}{4}$, 쌍극자의 장은 $\frac{1}{8}$ 로 줄어든다
- 먼 곳의 장은 q 와 d 에 따로 의존하지 않고 오직 곱 $p = qd$ 에만 의존한다 — q 를 2배로, d 를 절반으로 해도 장은 똑같다

사실 축 위가 아닌 **모든** 먼 지점에서 쌍극자의 장은 $1/r^3$ 으로 감소한다.

예제 ①: 뇌우 위의 붉은 섬광, 스프라이트



스프라이트(sprite)는 거대한 뇌우 위 고도 수십 km에서 번쩍이는 붉은 방전 현상이다. 강력한 번개가 구름과 지면 사이에 큰 전하 이동을 일으킨 직후, 그 위 하늘에 나타난다. 이 현상을 쌍극자 모형으로 설명해 보자.

예제 ①: 스프라이트 계산

번개가 구름 밑면(높이 $h = 6.0$ km)에 전하 $-q = -200$ C을 옮겼다고 하자. 지면의 전하 분포는 지하 깊이 h 에 놓인 $+q$ 로 근사할 수 있다. 그러면 전체는 전하 간격 $d = 2h$ 인 **수직 쌍극자** 다. 고도 $z_1 = 30$ km에서:

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{q(2h)}{z^3} = (1.80 \times 10^{10}) \frac{(200)(1.2 \times 10^4)}{(3.0 \times 10^4)^3}$$

$$E_1 \approx 1.6 \times 10^3 \text{ N/C}$$

같은 방법으로 고도 $z_2 = 60$ km에서는 $E_2 \approx 2.0 \times 10^2 \text{ N/C}$.

공기가 희박할수록 절연 파괴 한계 E_c 가 낮아진다. 고도 60 km에서는 E_2 가 그곳의 E_c 를 **넘어서** 공기가 이온화되며 빛을 낸다. 30 km에서는 공기가 진해서 $E_1 < E_c$ — 그래서 스프라이트는 뇌우보다 훨씬 **높은 곳**에만 생긴다.

22.4 선전하의 전기장

연속 전하 분포

지금까지는 낱개의 점전하였다. 이제 막대나 고리처럼 **연속적으로 퍼진 전하 (continuous charge distribution)** 가 만드는 장을 구하자. 전하가 어떻게 퍼져 있느냐에 따라 **전하 밀도** 를 정의한다.

이름	기호	SI 단위
전하	q	C
선전하 밀도 (linear charge density)	λ	C/m
표면전하 밀도 (surface charge density)	σ	C/m ²
부피전하 밀도 (volume charge density)	ρ	C/m ³

전략: 쪼개고, 상쇄시키고, 적분한다

점전하 공식 $E = kq/r^2$ 은 고리 전체에는 적용할 수 없다. 그래서 3단계 전략을 쓴다.

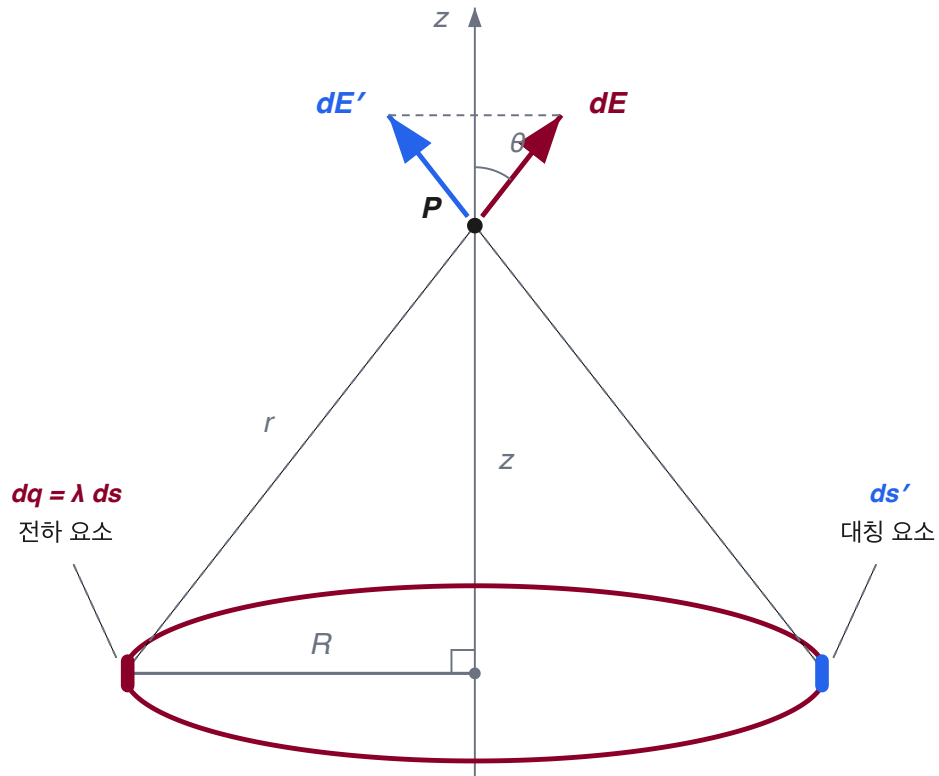
1. **쪼개기** : 전하 분포를 미소 전하 요소 dq 로 나눈다 — 각 요소는 점전하처럼 취급 가능
2. **대칭으로 상쇄** : 각 요소가 만드는 $d\vec{E}$ 를 성분으로 나누고, 대칭인 짝끼리 상쇄되는 성분을 찾아 버린다
3. **적분** : 남은 성분(모두 같은 방향)을 스칼라처럼 적분해 더한다

교재가 "이 책에서 가장 어려운 모듈"이라 부르는 부분이지만, **절차** 만 익히면 어떤 모양이 나와도 똑같이 풀 수 있다.

대전된 고리: 설정

반지름 R 인 플라스틱 고리에 양전하 q 가 균일하게 퍼져 있다. 중심축 위, 중심에서 거리 z 인 점 P 의 전기장은?

대전된 고리의 축 위 전기장 — 적분 기하



균일하게 대전된 고리: 총 전하 q , 선전하 밀도 $\lambda = q/2\pi R$

대칭 요소끼리 합치면 축에 수직인 성분은 상쇄 $\rightarrow$ 축 성분 $dE \cos \theta$ 만 더하면 된다

호의 길이 ds 인 전하 요소를 잡으면 $dq = \lambda ds$ 이고, 요소에서 P 까지의 거리는 $r = \sqrt{z^2 + R^2}$ 로 **모든 요소에 대해 같다.**

요소의 장과 대칭성

전하 요소가 P 에 만드는 장의 크기는 점전하 공식으로:

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda ds}{z^2 + R^2}$$

$d\vec{E}$ 는 축과 각 θ 를 이룬다. 고리 반대편의 **대칭 요소**가 만드는 장과 합치면, 축에 **수직인 성분은 상쇄** 되고 축 방향 성분 $dE \cos \theta$ 만 남는다. 그림의 직각삼각형에서:

$$\cos \theta = \frac{z}{r} = \frac{z}{(z^2 + R^2)^{1/2}}$$

$$dE \cos \theta = \frac{z\lambda}{4\pi\epsilon_0(z^2 + R^2)^{3/2}} ds$$

적분: 고리를 한 바퀴

z, R, λ 는 요소를 옮겨 다녀도 변하지 않으므로 적분 밖으로 나온다. 변하는 것은 s 뿐이고, 고리 한 바퀴는 $s = 0$ 부터 $2\pi R$ 까지:

$$E = \int dE \cos \theta = \frac{z\lambda}{4\pi\epsilon_0(z^2 + R^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi R} ds = \frac{z\lambda(2\pi R)}{4\pi\epsilon_0(z^2 + R^2)^{3/2}}$$

$\lambda = q/2\pi R$ 이므로 $\lambda(2\pi R) = q$:

$$E = \frac{qz}{4\pi\epsilon_0(z^2 + R^2)^{3/2}}$$

이것이 **대전된 고리의 축 위 전기장** 이다.

방향: $q > 0$ 이면 고리에서 멀어지는 쪽, $q < 0$ 이면 고리를 향하는 쪽.

극한으로 답 검증하기

답을 얻으면 항상 **극한** 을 확인하는 습관을 들이자.

- **아주 먼 곳** ($z \gg R$): $z^2 + R^2 \approx z^2$ 이므로

$$E \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{z^2}$$

멀리서 보면 고리는 점전하로 보인다 ✓

- **고리 중심** ($z = 0$): $E = 0$. 중심에서는 모든 요소의 장이 맞은편 요소와 완전히 상쇄된다 ✓

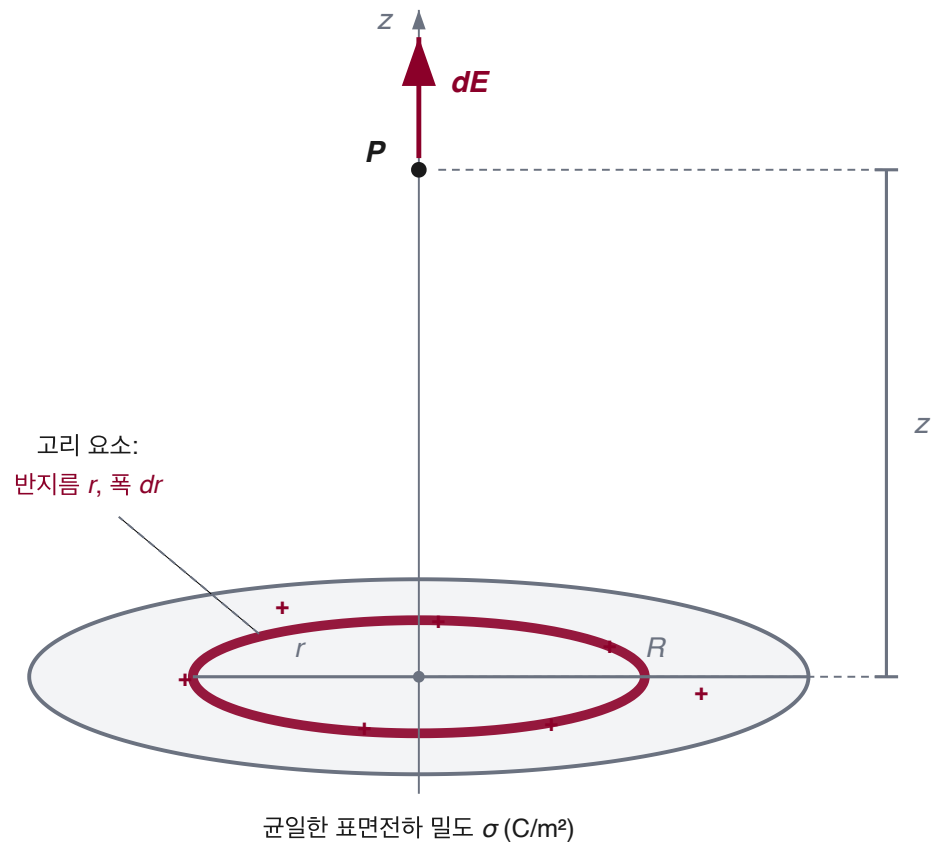
두 극한 모두 물리적 직관과 일치한다. 이런 검증은 시험에서 실수를 잡아내는 최고의 도구다.

22.5 대전 원판의 전기장

고리를 재활용하자

반지름 R , 균일한 표면전하 밀도 σ 인 원판의 중심축 위 점 $P(z)$ 의 장을 구하자. 2차원 적분을 새로 할 필요 없이, **방금 얻은 고리 공식을 재활용** 한다.

균일하게 대전된 원판의 축 위 전기장



고리 요소의 기여 dE 를 $r=0$ 부터 R 까지 적분한다

원판을 반지름 r , 폭 dr 인 얇은 고리들로 쪼갬다. 고리 하나의 넓이는 (둘레) $\times$ (폭)이므로 $dA = 2\pi r dr$:

$$dq = \sigma dA = \sigma (2\pi r dr)$$

고리 요소의 기여

고리 공식에서 $q \rightarrow dq$, $R \rightarrow r$ 로 바꾸면 고리 하나가 P 에 만드는 장:

$$dE = \frac{z dq}{4\pi\epsilon_0(z^2 + r^2)^{3/2}} = \frac{z \sigma 2\pi r dr}{4\pi\epsilon_0(z^2 + r^2)^{3/2}}$$

정리하면:

$$dE = \frac{\sigma z}{4\epsilon_0} (z^2 + r^2)^{-3/2} (2r) dr$$

이제 $r = 0$ (중심)부터 $r = R$ (가장자리)까지 고리들을 쏘아 담으며 적분하면 된다.

적분 실행

$X = z^2 + r^2$ 로 치환하면 $dX = 2r dr$, 지수는 $m = -\frac{3}{2}$:

$$E = \frac{\sigma z}{4\epsilon_0} \int_0^R (z^2 + r^2)^{-3/2} (2r) dr = \frac{\sigma z}{4\epsilon_0} \left[\frac{(z^2 + r^2)^{-1/2}}{-1/2} \right]_0^R$$

극한을 대입하면 ($z \geq 0$):

$$E = \frac{\sigma z}{4\epsilon_0} \cdot 2 \left(\frac{1}{z} - \frac{1}{\sqrt{z^2 + R^2}} \right)$$

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}} \right)}$$

이것이 **대전 원판의 축 위 전기장** 이다.

원판의 두 극한: 무한판과 점전하

- **무한히 큰 판** ($R \rightarrow \infty$, 또는 판에 아주 가까이 $z \rightarrow 0$):

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

거리 z 에 무관한 **균일한 전기장** 이다! 22.1절의 평행판 그림이 바로 이 경우다

- **아주 먼 곳** ($z \gg R$): $\frac{z}{\sqrt{z^2+R^2}} \approx 1 - \frac{R^2}{2z^2}$ 이므로

$$E \approx \frac{\sigma R^2}{4\epsilon_0 z^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{z^2} \quad (q = \sigma\pi R^2)$$

역시 점전하로 보인다 ✓

22.6 전기장 속의 점전하

두 번째 임무: 장이 전하에 힘을 준다

지금까지는 "전하 $\rightarrow$ 장"이었다. 이제 반대로, **주어진 전기장 속에** 전하 q 를 놓으면 어떻게 되는가?

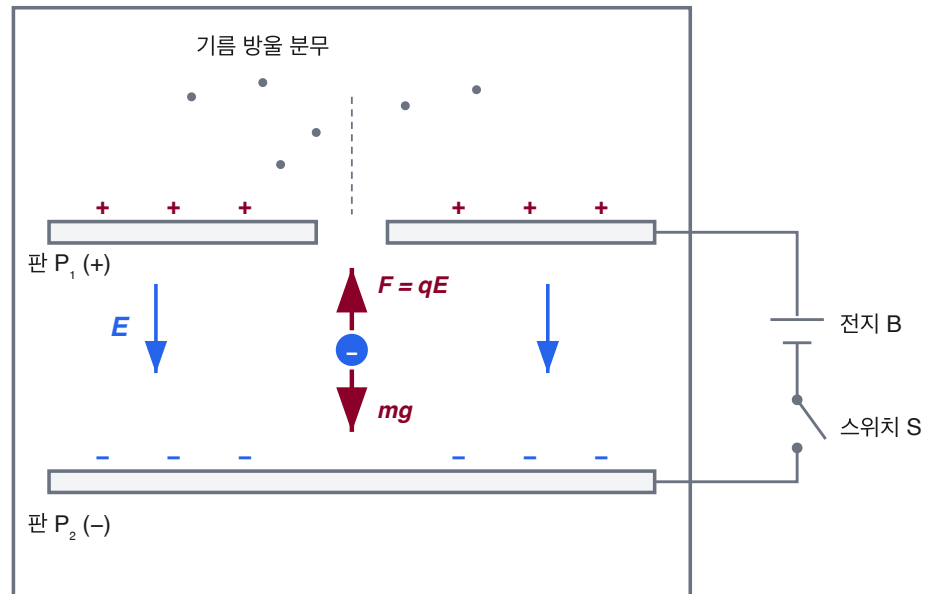
$$\vec{F} = q\vec{E}$$

- $q > 0$: 힘은 $\vec{E}$ 와 **같은** 방향
- $q < 0$: 힘은 $\vec{E}$ 와 **반대** 방향 (음수 부호가 벡터를 뒤집는다)
- 여기서 $\vec{E}$ 는 **다른 전하들** 이 그 자리에 만든 **외부 장(external field)** 이다 — 입자 자신이 만든 장은 자신에게 힘을 주지 않는다

밀리컨의 기름방울 실험

미국의 물리학자 **밀리컨(R. A. Millikan)** 은 1910~1913년, $\vec{F} = q\vec{E}$ 를 이용해 기본 전하 e 를 측정했다.

밀리컨 기름방울 실험 (1910~1913)



스위치를 여닫으며 방울의 운동(낙하/상승)을 관찰한다

측정된 전하는 언제나 $q = ne$ — 전하의 양자화를 직접 확인

분무된 기름방울은 마찰로 대전된다. 평행판 사이의 전기장을 켜고 끄면서 방울의 낙하·상승을 관찰하면 방울의 전하 q 를 잴 수 있는데, 측정값은 **언제나** $q = ne$ ($n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$)였다. **전하의 양자화**를 확인한 이 업적으로 밀리컨은 1923년 노벨상을 받았다.

예제 ②: 기름방울 띄우기

반지름 $R = 2.76 \mu\text{m}$, 밀도 $\rho = 920 \text{ kg/m}^3$ 인 기름방울이 전자 3개만큼의 잉여 전하를 가진다. 방울을 공중에 정지시키려면 전기장의 크기와 방향은? ($g = 9.8 \text{ m/s}^2$)

중력과 전기력이 비겨야 한다. 질량은 $m = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$ 이므로:

$$\left(\frac{4}{3}\pi R^3 \rho\right) g = (3e)E \quad \Rightarrow \quad E = \frac{4\pi R^3 \rho g}{9e}$$

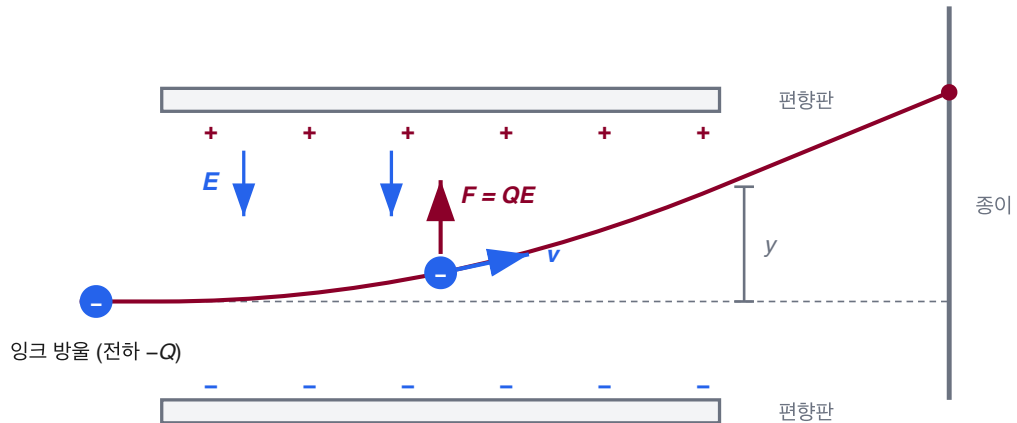
$$E = \frac{(4\pi)(2.76 \times 10^{-6})^3(920)(9.8)}{9(1.602 \times 10^{-19})} \approx \boxed{1.65 \times 10^6 \text{ N/C}}$$

방울의 전하는 음(-)이므로 힘 $\vec{F} = q\vec{E}$ 가 **위**를 향하려면 $\vec{E}$ 는 **아래**를 향해야 한다.

잉크젯 프린터

잉크젯 프린터는 $\vec{F} = q\vec{E}$ 를 글자 그대로 응용한 장치다.

균일 전기장 속의 하전 입자 — 잉크젯 프린터의 편향판



음전하는 E 와 반대 방향의 힘을 받는다 → 수평 등속 + 수직 등가속 = 포물선 궤적

1학기의 포물체 운동과 수학적으로 완전히 같다 (중력 가속도 → QE/m)

- 노즐에서 나온 잉크 방울에 대전 장치가 신호에 따라 전하 $-Q$ 를 실어 준다
- 방울은 **편향판(deflecting plates)** 사이의 균일한 장을 지나며 힘을 받아 휘다
- 전하량이 클수록 많이 휘어 종이의 다른 위치에 찍힌다 — 전하가 곧 "주소"인 셈

균일장 속의 운동 = 포물체 운동

균일한 장 $\vec{E}$ (아래 방향) 속에서 전하 $-Q$, 질량 m 인 방울이 수평 속도 v_x 로 들어온다. 힘은 위 방향으로 일정하므로 (중력은 무시):

$$a_y = \frac{F}{m} = \frac{QE}{m}$$

수평으로는 등속, 수직으로는 등가속 — 1학기의 포물체 운동과 똑같다. 판의 길이가 L 이면 통과 시간은 $t = L/v_x$ 이고, 수직 편향은:

$$y = \frac{1}{2}a_y t^2 = \frac{1}{2} \frac{QE}{m} \left(\frac{L}{v_x} \right)^2 \Rightarrow \boxed{y = \frac{QEL^2}{2mv_x^2}}$$

예제 ③: 잉크 방울의 편향

질량 $m = 1.3 \times 10^{-10}$ kg, 전하 크기 $Q = 1.5 \times 10^{-13}$ C인 잉크 방울이 $v_x = 18$ m/s로 길이 $L = 1.6$ cm인 편향판 사이에 들어간다. $E = 1.4 \times 10^6$ N/C일 때 판 끝에서의 편향은?

$$y = \frac{QEL^2}{2mv_x^2} = \frac{(1.5 \times 10^{-13})(1.4 \times 10^6)(1.6 \times 10^{-2})^2}{2(1.3 \times 10^{-10})(18)^2}$$

분자는 $(2.1 \times 10^{-7})(2.56 \times 10^{-4}) = 5.4 \times 10^{-11}$, 분모는 8.4×10^{-8} :

$$y \approx 6.4 \times 10^{-4} \text{ m} = 0.64 \text{ mm}$$

인쇄 도트 간격으로 딱 알맞은 크기다. (참고: 전기력이 중력보다 훨씬 커서 중력 무시하는 정당하다.)

전기 방전과 스파크

공기 중의 전기장이 임계값 $E_c \approx 3 \times 10^6$ N/C을 넘으면 **절연 파괴(electrical breakdown)**가 일어난다.

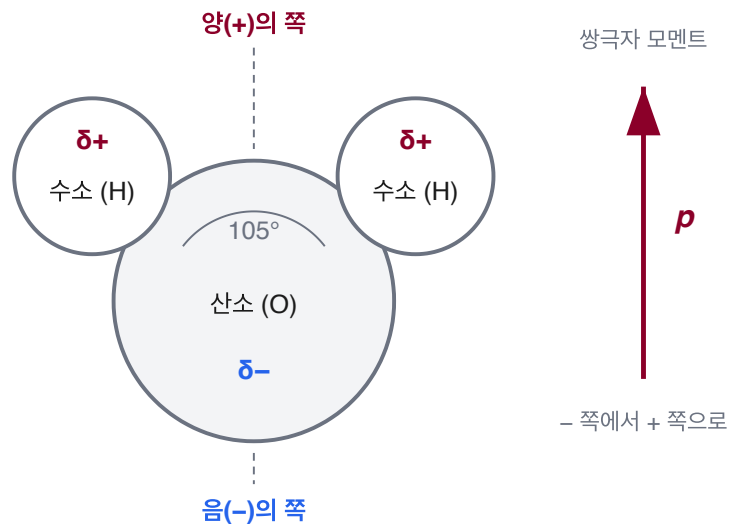
- 강한 장이 공기 분자에서 전자를 떼어낸다 (이온화)
- 풀려난 전자들이 $\vec{F} = q\vec{E}$ 로 가속되어 다른 분자와 충돌 $\rightarrow$ 연쇄적으로 전자가 불어난다
- 충돌당한 분자들이 빛을 내며 우리 눈에 **스파크(spark)**로 보인다

겨울철 문손잡이의 찌릿한 불꽃, 번개, 고압선 주변의 방전이 모두 같은 현상이다. 스파크도 희박한 상층 대기에서 일어나는 절연 파괴였다.

22.7 전기장 속의 쌍극자

물 분자는 영구 쌍극자다

물 분자(H_2O)는 영구 전기 쌍극자다



전자들이 산소 쪽에 몰려 있다 → 산소 쪽은 (-), 수소 쪽은 (+): $p = 6.2 \times 10^{-30} \text{ C}\cdot\text{m}$

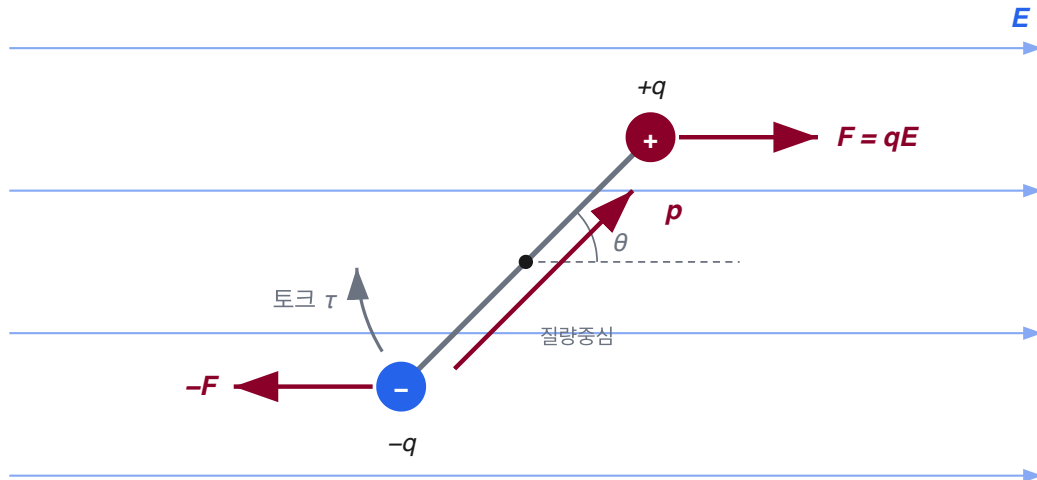
물 분자에서 전자 10개는 산소 원자핵 쪽에 몰려 있다. 그래서 산소 쪽은 약간 음(-), 수소 쪽은 약간 양(+)이 되어, 분자 전체가 쌍극자 모멘트 $p = 6.2 \times 10^{-30} \text{ C}\cdot\text{m}$ 를 가진다. 이런 분자를 **극성 분자(polar molecule)**라 한다.

전체 전하는 0인데, 전기장 속에 넣으면 무슨 일이 벌어질까?

쌍극자에 작용하는 토크

전하 크기 q , 간격 d 인 쌍극자가 균일한 장 $\vec{E}$ 와 각 θ 를 이루고 있다.

균일한 전기장 속의 전기 쌍극자



알짜힘은 0 (두 힘이 상쇄) — 하지만 토크는 남는다: $\tau = pE \sin \theta$

토크는 p 를 E 방향으로 정렬시키는 쪽으로 작용한다

- 두 힘은 $F = qE$ 로 크기가 같고 방향이 반대 → **알짜힘은 0**, 질량중심은 움직이지 않는다
- 그러나 두 힘의 작용선이 다르므로 **토크(torque)**가 남는다

토크 계산

질량중심에서 $+q$ 까지 거리를 x , $-q$ 까지를 $d - x$ 라 하자. 토크의 크기는 $\tau = rF \sin \phi$ (10장)이므로 두 힘의 토크는 같은 회전 방향으로 더해진다:

$$\tau = Fx \sin \theta + F(d - x) \sin \theta = Fd \sin \theta$$

$F = qE$ 와 $d = p/q$ 를 대입하면:

$$\tau = (qE) \left(\frac{p}{q} \right) \sin \theta = pE \sin \theta$$

벡터로 일반화하면:

$$\boxed{\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}}$$

토크는 $\vec{p}$ 를 $\vec{E}$ 방향으로 **정렬시키려는** 쪽으로 작용한다 (복원 토크: $\tau = -pE \sin \theta$).

쌍극자의 퍼텐셜 에너지

토크를 받으며 도는 계이므로 방향에 따른 **퍼텐셜 에너지(potential energy)** 를 정의할 수 있다. 관례상 $\theta = 90^\circ$ 에서 $U = 0$ 으로 잡으면, $U = -W$ 와 $W = \int \tau d\theta$ (복원 토크 $\tau = -pE \sin \theta$)에서:

$$U = -W = - \int_{90^\circ}^{\theta} (-pE \sin \theta') d\theta' = pE [-\cos \theta']_{90^\circ}^{\theta}$$

$\cos 90^\circ = 0$ 이므로:

$$U = -pE \cos \theta \quad \Rightarrow \quad \boxed{U = -\vec{p} \cdot \vec{E}}$$

토크는 벡터곱, 에너지는 스칼라곱 — 짝으로 기억하자.

에너지로 본 쌍극자의 방향

각도 θ	$U = -pE \cos \theta$	의미
0°	$-pE$ (최소)	안정 평형 - $\vec{p}$ 가 $\vec{E}$ 와 나란함
90°	0	기준점
180°	$+pE$ (최대)	불안정 평형 - 정반대 방향

쌍극자가 θ_i 에서 θ_f 로 돌 때 **장이 한 일**은 $W = -\Delta U = -(U_f - U_i)$.

외부에서 (손이나 다른 장치가) 돌려 준 경우, 외부 일은 $W_a = -W = U_f - U_i$.

전자레인지의 쌍극자를 돌린다

전자레인지 속에서는 약 2.45 GHz로 **방향이 진동하는 전기장** 이 만들어진다.

- 장의 방향이 바뀔 때마다 물 분자들은 $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$ 로 **끊임없이 다시 정렬** 된다
- 액체 속 물 분자들은 이웃과 약하게 결합해 있는데, 회전이 이 결합을 계속 끊는다
- 끊어진 분자들이 다시 결합하며 그 에너지가 **무질서한 열운동** 으로 넘어간다 → 온도 상승

물이 극성 분자가 아니었다면 전자레인지는 무용지물이었을 것이다. 물기 없는 마른 접시가 잘 데워지지 않는 이유다.

예제 ④: 물 분자 쌍극자 (1)

수증기 상태의 물 분자는 쌍극자 모멘트 $p = 6.2 \times 10^{-30} \text{ C}\cdot\text{m}$ 를 가진다.

(a) 양전하 중심과 음전하 중심 사이의 거리 d 는?

물 분자에는 양성자 10개, 전자 10개가 있으므로 유효 전하는 $q = 10e$:

$$p = qd = (10e)d \quad \Rightarrow \quad d = \frac{p}{10e} = \frac{6.2 \times 10^{-30}}{(10)(1.602 \times 10^{-19})}$$

$$d \approx 3.9 \times 10^{-12} \text{ m} = 3.9 \text{ pm}$$

수소 원자 반지름보다도 작은 거리다. 분자 크기에 비해 전하 치우침은 아주 미세하지만, 그것으로 충분하다.

예제 ④: 물 분자 쌍극자 (2)

(b) $E = 1.5 \times 10^4$ N/C인 장 속에서 최대 토크는? 토크가 최대가 되는 각은 $\theta = 90^\circ$:

$$\tau_{\max} = pE \sin 90^\circ = (6.2 \times 10^{-30})(1.5 \times 10^4) = \boxed{9.3 \times 10^{-26} \text{ N} \cdot \text{m}}$$

(c) 완전히 정렬된 상태($\theta = 0$)에서 180° 뒤집는 데 외부에서 해야 할 일은?

$$W_a = U_{180^\circ} - U_{0^\circ} = (-pE \cos 180^\circ) - (-pE \cos 0^\circ) = 2pE$$

$$W_a = 2(6.2 \times 10^{-30})(1.5 \times 10^4) = \boxed{1.9 \times 10^{-25} \text{ J}}$$

Review & Summary

핵심 개념

- **전기장** : 대전체는 주위 공간에 벡터장 $\vec{E} = \vec{F}/q_0$ 를 만든다 — 힘은 "전하 $\rightarrow$ 장 $\rightarrow$ 전하"로 전달된다
- **전기력선** : 접선 = 장의 방향, 밀도 = 장의 세기. 양전하에서 나와 음전하에서 끝난다
- **중첩 원리** : 여러 전하의 장은 각 장의 **벡터 합**
- **연속 분포** : 쪼개기(dq) $\rightarrow$ 대칭으로 상쇄 $\rightarrow$ 적분 — 고리와 원판이 대표 예
- **장 속의 전하** : $\vec{F} = q\vec{E}$ (양전하는 장 방향, 음전하는 반대 방향)
- **장 속의 쌍극자** : 알짜힘 0, 토크가 $\vec{p}$ 를 $\vec{E}$ 에 정렬시킨다

핵심 공식

상황	공식
전기장의 정의	$\vec{E} = \vec{F}/q_0$
점전하 (거리 r)	$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{ q }{r^2}$
쌍극자 축 위 ($z \gg d$)	$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{p}{z^3}, \quad p = qd$
고리 축 위	$E = \frac{qz}{4\pi\epsilon_0(z^2 + R^2)^{3/2}}$
원판 축 위	$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}} \right)$
장 속의 점전하 / 쌍극자	$\vec{F} = q\vec{E}, \quad \vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}, \quad U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$

기억할 것: 점전하는 $1/r^2$, 쌍극자는 $1/r^3$ · 답은 항상 극한($z \gg R, z \rightarrow 0$)으로 검증 · 균일장 속 운동은 포물체 운동과 같다